



Cristallisation et convection sous hyper-gravité

Ludovic Huguet

► To cite this version:

Ludovic Huguet. Cristallisation et convection sous hyper-gravité. Sciences de la Terre. Ecole normale supérieure de lyon - ENS LYON, 2014. Français. NNT : 2014ENSL0950 . tel-01126968

HAL Id: tel-01126968

<https://theses.hal.science/tel-01126968>

Submitted on 6 Mar 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

en vue de l'obtention du grade de

**Docteur de l'Université de Lyon, délivré par l'École Normale Supérieure
de Lyon**

Discipline : Sciences de la Terre

Laboratoire de Géologie de Lyon, Terre, Planètes, Environnement

École Doctorale Physique et Astrophysique

présentée et soutenue publiquement le 15 octobre 2014

par Monsieur Ludovic HUGUET

Cristallisation et convection sous hyper - gravité

Directeur de thèse : M. Thierry ALBOUSSIÈRE

Devant la commission d'examen formée de :

M. Thierry ALBOUSSIÈRE, LGLTPE, Lyon, Directeur de thèse

Mme. Isabelle DANIEL, LGLTPE, Lyon, Examineur

M. Claude JAUPART, IPGP, Paris, Rapporteur

M. Henri-Claude NATAF, ISTerre, Grenoble, Examineur

M. Michael Grae WORSTER, DAMTP Cambridge, Rapporteur

Remerciements

Je voudrais tout d'abord remercier Thierry Alboussière, mon directeur de thèse, de m'avoir encadré durant ces trois dernières années et de m'avoir tant appris. Il a su me montrer la voie pour développer les expériences nécessaires à la réussite de ma thèse. Je le remercie également d'avoir toujours été disponible pour répondre à mes questions, ou pour échanger librement.

Je tiens à remercier Mike Bergman pour nos discussions enrichissantes lors de sa venue à Lyon. Il m'a particulièrement aidé dans la conception et la réalisation de mes expériences. Comme Thierry, il a toujours d'incroyables idées d'expériences à développer. Je remercie aussi Renaud Deguen, qui a été le premier à travailler sur la centrifugeuse, Marine Lasbleis et Stéphane Labrosse pour nos échanges passionnants sur la graine. Un merci aussi à Benoît Tauzin et Stéphanie Durand pour leur aide précieuse sur la sismologie et l'atténuation. Je remercie également Hagay Amit avec qui j'ai commencé à collaborer en stage de Master. Nous avons continué à travailler ensemble en associant aussi Thierry, ce qui s'est traduit par la publication d'un article et à la préparation d'un deuxième.

Je tiens à remercier particulièrement mon jury d'avoir accepté de juger mon travail. Merci à Claude Jaupart et Grae Worster pour avoir rapporté. Merci également à Isabelle Daniel et Henri-Claude Nataf d'avoir examiné ma soutenance.

Je remercie aussi Patrick La Rizza pour avoir répondu à mes questions à propos de l'électronique embarquée dans la centrifugeuse, et Marc Moulin pour avoir fabriqué toutes les pièces que j'ai commandées. Merci à Jean Vannier pour le prêt du microscope dont j'ai eu besoin.

Je voudrais aussi remercier le Laboratoire de Géologie de Lyon de m'avoir accueilli si chaleureusement. Je remercie tous les thésards que j'ai croisés au laboratoire pour leur gentillesse et les bons moments passés ensemble. Merci à Bertrand, Benj, Alice, Claire et les autres pour les « movies nights ». Je remercie aussi Ched pour nos chasses aux vinyles à l'autre bout du monde ! Je remercie également ma co-bureau Julia de m'avoir supporté ces derniers mois.

Évidemment, je remercie toute ma famille et surtout mes parents qui m'ont encouragé et aidé pendant mes longues études. . . Je remercie Manu, Julien, et les nombreuses autres personnes qui ont cru en moi toutes ces années, et avec lesquelles j'ai passé de bons moments à Nantes ou ailleurs. . . Merci à mon club d'astronomie pour les soirées sous le ciel étoilé du Tumulus de Dissignac (Pierre, Hubert, Pascal, Claude et tous les autres). Enfin, je remercie énormément ma petite fée de m'avoir encouragé et supporté pendant ces derniers mois, et d'avoir passé beaucoup de temps à corriger cette thèse et à s'occuper de moi.

Table des matières

1	Introduction générale	1
1.1	La graine hétérogène	4
1.2	Dynamique de la graine	9
1.3	Convection dans les intérieurs planétaires	12
1.4	Expériences sous hyper-gravité	16
2	Cristallisation sous hyper-gravité	19
2.1	Introduction	20
2.2	Dispositifs expérimentaux	23
2.2.1	Cellule expérimentale	27
2.2.2	Électronique embarquée et collecteur tournant	29
2.2.3	Pilotage	31
2.2.4	Calibration des sondes de températures	33
2.2.5	Mesure de la conductivité électrique	34
2.2.6	Cuve de cristallisation à gravité ambiante	35
2.3	Résultats des expériences de cristallisation	37
2.3.1	Évolution de la température	38
2.3.2	Mesures de la hauteur et de la fraction solide	39
2.3.3	Analyse post-mortem du mush	43
2.3.4	Mesures d’ultrasons comme analogie à la sismologie	49
2.4	Résultats des expériences de fusion	62
2.4.1	Évolution de la température	62
2.4.2	Analyse post-mortem du mush	62
2.4.3	Mesures d’ultrasons comme analogie à la sismologie	64
2.5	Implications sismologiques sur la graine	67
3	Modélisation de la croissance d’une zone dendritique et application à la graine	71
3.1	Modélisation de la croissance d’une zone dendritique	72
3.1.1	Modèle purement conductif	72
3.1.2	Modèle avec la convection de couche limite	78
3.1.3	Modèle global	90
3.2	Discussion et application à la graine	97

4	Convection sous hyper-gravité	101
4.1	Introduction	102
4.2	Dispositif expérimental	105
4.3	Résultats	110
4.3.1	Observation du gradient adiabatique	110
4.3.2	Mesure des fluctuations de pression	115
4.4	Discussion	118
5	Conclusion et perspectives	121
5.1	Cristallisation sous hyper-gravité : expériences et modèles	121
5.2	Convection sous hyper-gravité	123
A	Annexes	125
A.1	Article sur les transferts d'énergie magnétique à la surface du noyau de la Terre	125
A.2	Introduction	126
A.3	Theory and method	130
A.4	Results	136
A.4.1	Synthetic flows	136
A.4.2	Core flows	143
A.5	Discussion	148
	Bibliographie	153

Introduction générale

Sommaire

1.1	La graine hétérogène	4
1.2	Dynamique de la graine	9
1.3	Convection dans les intérieurs planétaires	12
1.4	Expériences sous hyper-gravité	16

L'expansion de la sismologie dans le début du 20ème siècle a permis d'explorer l'intérieur de la Terre. Elle a alors révélé l'existence d'un noyau dès 1906 Oldham (1906). Gutenberg (1913) détermine son rayon qui est d'environ 3500 km. Jeffreys (1926) propose que le noyau externe soit liquide. La présence de ce noyau externe entraîne une zone d'ombre à cause de la diminution brutale de la vitesse dans le noyau. Dans cette zone d'ombre, aucune arrivée d'onde ne peut être détectée. Cependant, Lehmann (1936) arrive à détecter des arrivées d'ondes. Pour les expliquer, elle prédit l'existence d'une graine de 1400 km de rayon. La solidité de la graine est suggérée par Birch (1940) et Bullen (1946) mais aucune preuve sismologique n'existe pendant 30 ans. Dziewonski and Gilbert (1971, 1972) révèlent la rigidité de la graine en étudiant les modes propres de la Terre. Il faudra attendre encore 30 ans pour observer réellement les ondes de cisaillement dans la graine PKJKP (Deuss et al., 2000; Cao et al., 2005; Wookey and Helffrich, 2008) et prouver définitivement sa solidité.

Très tôt Wiechert (1896) suggère que la Terre est formée comme une météorite et que le noyau est composé de fer. Birch (1952) démontre que la Terre est formée d'un manteau silicaté et d'un noyau de fer liquide et solide. Birch (1964) détermine la composition du manteau et du noyau à la pression et température qui y règnent. La différence de densité entre celle du fer pur aux conditions de pression et de température dans le noyau et celle observée dans les modèles sismologiques, suggérée par Birch (1964), est due à la présence d'éléments légers dans le noyau liquide et solide (Birch, 1952, 1964; Poirier, 1994; Badro et al., 2007; Huang et al., 2011; Morard et al., 2013). L'écart de densité est d'environ 11% dans le noyau externe et de 6% dans la graine (Fig. 1.1). Les éléments légers proposés sont très variés - soufre, silicium, oxygène, carbone, hydrogène (Poirier, 1994). Encore aujourd'hui la composition en éléments légers est mal connue car il est difficile expérimentalement d'atteindre les hautes pressions et les hautes températures du noyau. Cependant, le silice semble être un candidat très probable (Badro et al., 2007; Antonangeli et al., 2010; Ricolleau et al., 2011). D'autres études récentes suggèrent la présence d'oxygène (Badro et al., 2007; Huang et al., 2011).

En comparant le gradient de température adiabatique et la forme de la courbe de fusion aux pressions et températures du noyau, Jacobs (1953) suggère que le fer change de phase, passant de l'état liquide à l'état solide. De plus, Higgins and Kennedy (1971) montrent que ce changement de phase se fait au centre du noyau terrestre. La graine s'est donc solidifiée à partir du centre. Dans des planètes plus petites comme Mercure ou Mars, ou dans des astéroïdes différenciés, des études récentes (Hauck et al., 2006; Stewart et al., 2007; Chen et al., 2008) ont montré que le noyau pouvait commencer à se solidifier par la limite noyau-manteau (CMB).

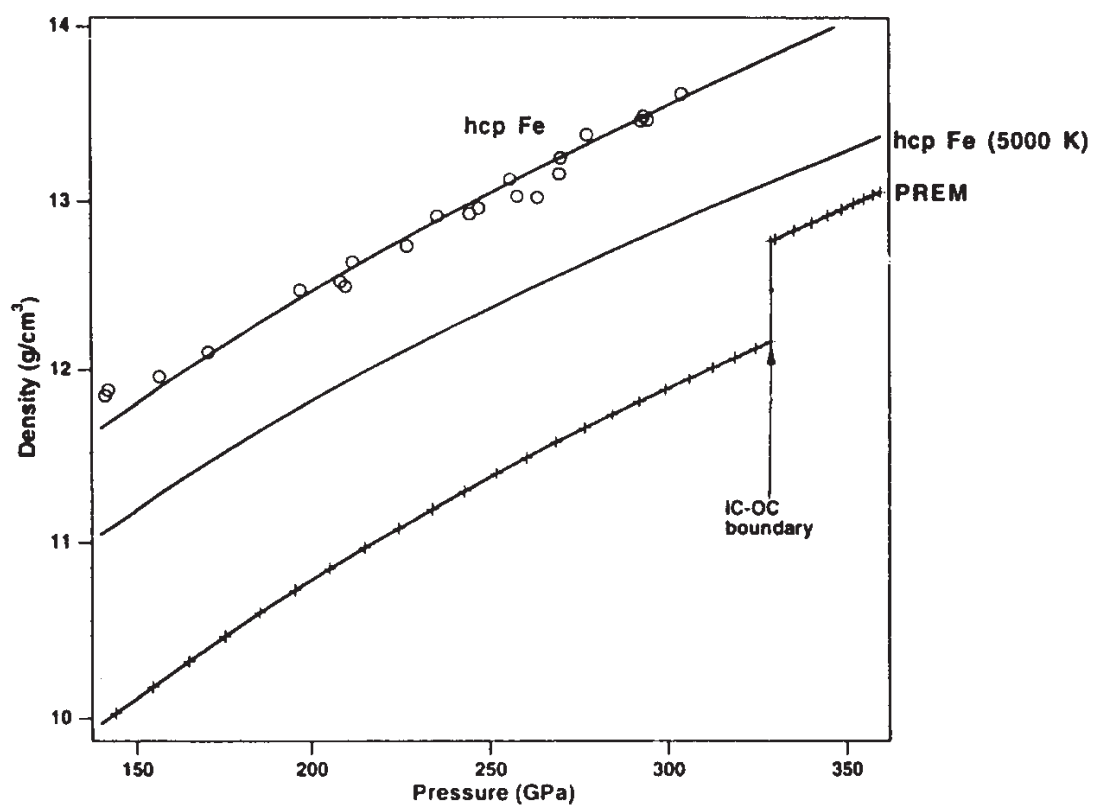


FIGURE 1.1 – Densité en fonction de la pression pour le fer hexagonal compact (hcp Fe) et pour le noyau (PREM, (Dziewonski and Anderson, 1981)) d'après Poirier (1994)

La solidification de la graine est due au refroidissement séculaire de la Terre. Cette cristallisation provoque le relâchement d'éléments légers dans le noyau liquide qui est une source importante de la convection dans le noyau externe. La graine est composée presque exclusivement de fer car la cristallisation fractionne les éléments légers qui préfèrent rester dans le liquide. La différence de densité entre le noyau liquide ($12\,000\text{ kg m}^{-3}$) et la graine solide ($12\,600\text{ kg m}^{-3}$) est d'environ 600 kg m^{-3} (Dziewonski and Anderson, 1981). Cependant, des modèles basés sur les ondes PKiKP qui se réfléchissent à la surface de la graine montrent un saut de densité allant jusqu'à 1600 kg m^{-3} (Häge, 1983; Choy and Cormier, 1983; Cummins and Johnson, 1988; Souriau and Souriau, 1989; Shearer and Masters, 1990). La valeur la plus basse est d'environ 520 kg m^{-3} (Koper and Pyle, 2004; Koper and Dombrovskaya, 2005). Le saut de densité du fer pur dû au changement de phase est d'environ 200 kg m^{-3} ce qui n'est pas suffisant pour expliquer le saut de densité observé. Cela suggère une grande différence de composition entre le noyau liquide et la graine solide. Le régime de cristallisation de la graine est particulier car l'effet de la convection est important face à la faible vitesse de cristallisation. En effet, l'échelle typique de vitesse dans le noyau externe est de 10 km yr^{-1} alors que la taux de cristallisation est d'environ 1 mm yr^{-1} . C'est cette différence qui nous a incité à réaliser des expériences en hyper-gravité. L'augmentation de la gravité apparente permet d'augmenter le forçage convectif par rapport au taux de solidification. Les différents régimes et l'effet de l'hyper-gravité seront étudiés plus en détail dans le chapitre 2.

1.1 La graine hétérogène

Le noyau externe est traversé par les ondes de volume PKPab et PKPbc. Les ondes PKiKP sont réfractées par la CMB et se réfléchissent sur la limite graine-noyau (ICB). Les ondes traversant entièrement la graine sont appelées PKIKP (Fig. 1.2). La graine est sismologiquement hétérogène. La première découverte de cette hétérogénéité est faite par Poupinet et al. (1983). Ils découvrent une différence de temps de trajet des ondes PKIKP entre le plan axial et le plan équatorial. Cette anomalie de temps de trajet est à relier avec la biréfringence anormale des modes propres de la graine (Woodhouse et al., 1986). Cette anisotropie de vitesse est aussi observée plus tard par Morelli et al. (1986). Ces anomalies du temps de trajet des ondes de volume et les modes normaux peuvent être expliquées par la présence d'anisotropie Nord-Sud c'est à dire que les ondes voyagent plus vite dans le sens axial qu'équatorial. L'anisotropie est de l'ordre de 3 % quelle que soit la méthode utilisée - onde de volume ou modes propres (Creager, 1992; Song and Helmberger, 1993; Garcia and Souriau, 2000). L'anisotropie

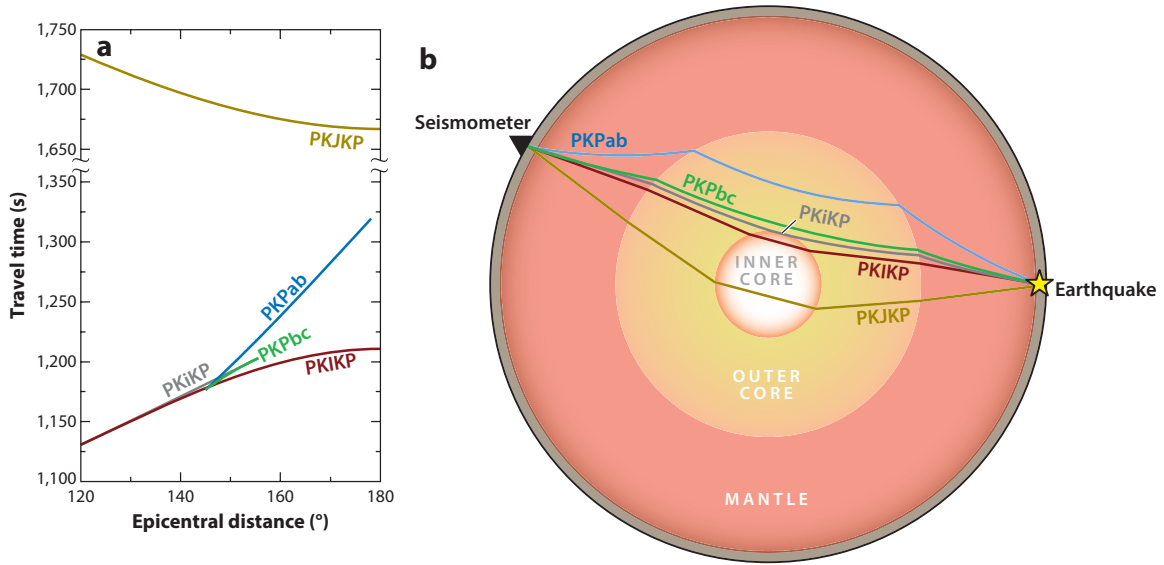


FIGURE 1.2 – (a) Temps de trajet des ondes en fonction de la distance épacentrale. (b) Trajet des ondes à travers la Terre (Deuss, 2014).

semble être dépendante de la profondeur (Song and Helmberger, 1995; Garcia and Souriau, 2000) mais cela reste encore controversé. Une couche isotrope ou faiblement anisotrope pourrait exister en haut de la graine (McSweeney et al., 1997; Garcia and Souriau, 2000; Garcia, 2002; Irving and Deuss, 2011b). D'une centaine de kilomètres d'épaisseur, cette couche pourrait aussi être plus épaisse dans l'hémisphère Ouest (Garcia and Souriau, 2000) (environ 400 km). Ishii and Dziewoński (2002) suggèrent la présence d'une sous-graine d'environ 600 km de diamètre. Cependant, une étude plus récente (Lythgoe et al., 2013) a montré qu'elle n'avait pas besoin d'une sous-graine pour expliquer leur résultats et que la dichotomie Est-Ouest allait jusqu'au centre de la graine.

La dichotomie entre l'hémisphère Ouest et Est est désormais bien admise (Tanaka and Hamaguchi, 1997; Deuss et al., 2010; Deuss, 2014) et est confirmée par les observations des ondes de volume et de modes propres. La couche isotrope d'une centaine de km est plus lente (1.5 %) à l'Ouest qu'à l'Est (Fig. 1.3) (Waszek and Deuss, 2011). L'hémisphère Ouest et Est sont approximativement séparés au niveau du méridien de Greenwich. Cependant, cette limite semble se décaler vers l'Est avec la profondeur (Waszek and Deuss, 2011). Cette dichotomie hémisphérique Est aussi observée dans l'atténuation. L'hémisphère Est est plus atténuant que l'hémisphère Ouest (Wen and Niu, 2002; Cao and Romanowicz, 2004; Cormier, 2007; Waszek and Deuss, 2013). La figure 1.4 résume la vision la plus récente de la graine. Il y a une couche (environ

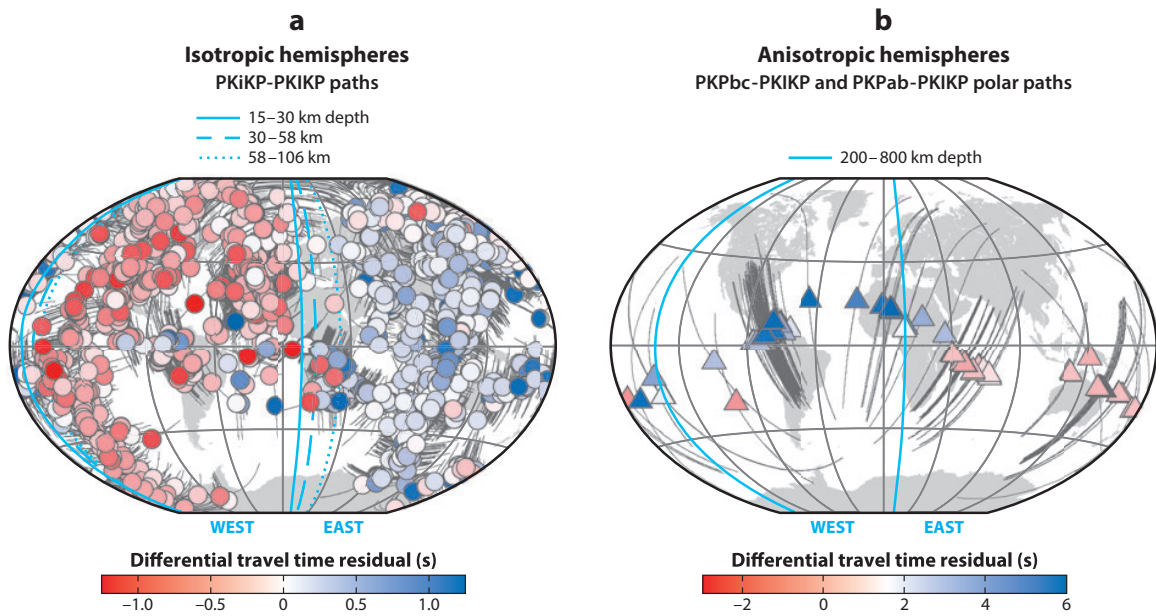


FIGURE 1.3 – (a) Observations des PKiKP-PKiKP dans les 100 premiers kilomètres. (b) Observations des temps d’arrivées des ondes PKPbc-PKiKP pour les trajets polaires (Irving and Deuss, 2011a; Waszek and Deuss, 2011).

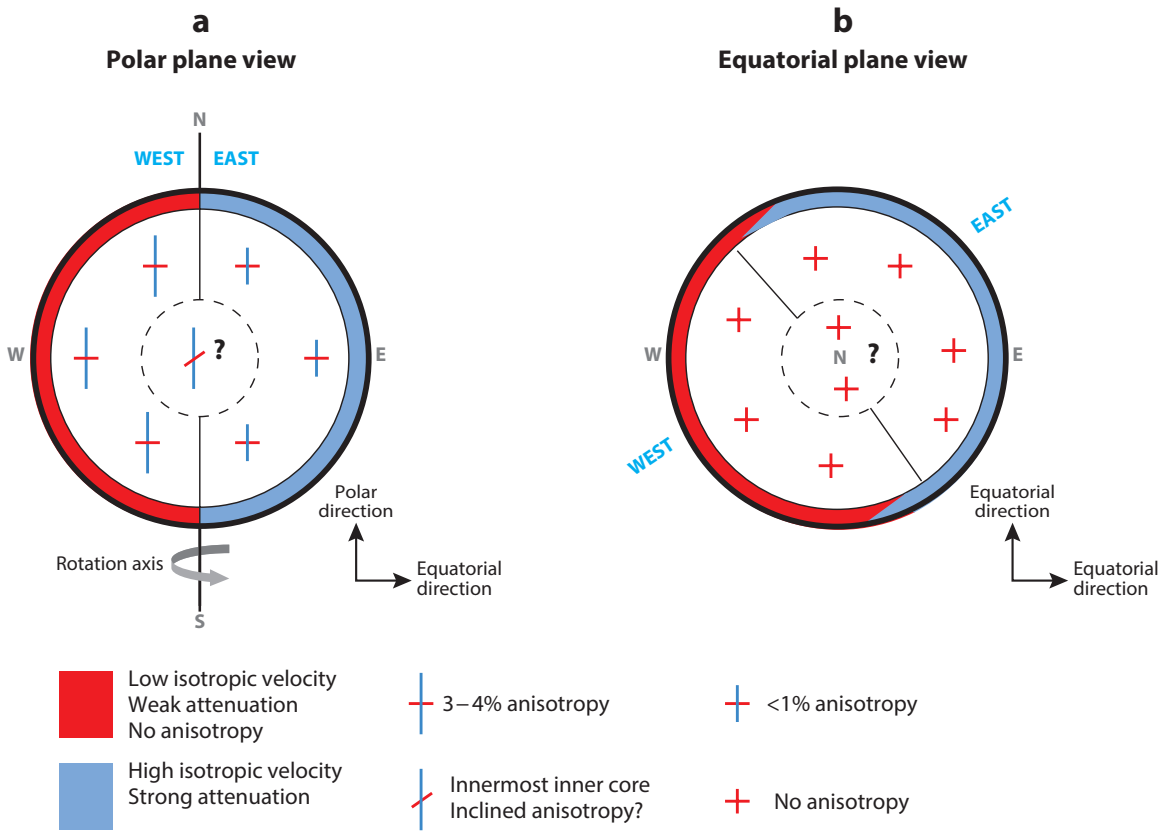


FIGURE 1.4 – Vue schématique de la graine (a) par le plan polaire et (b) par le plan équatorial (Deuss, 2014). Il y a une couche isotrope ou faiblement anisotrope de 100 km sous la surface de la graine. A l'Est, sa vitesse est rapide et l'atténuation est forte alors qu'à l'Ouest sa vitesse et son atténuation sont plus faibles. Dans la graine, l'hémisphère Ouest est plus anisotrope que l'Est.

100 km) isotrope avec une dichotomie de vitesse et d'atténuation Est-Ouest. La dichotomie se prolonge jusqu'au centre ou jusqu'à la sous-graine en termes de différence d'anisotropie. La graine est très anisotrope dans l'hémisphère Ouest (3-4%) et peu anisotrope (>1%) dans l'hémisphère Est.

L'observation des ondes PKJKP nous indique que la transition entre le noyau liquide et la graine à l'ICB doit être rapide. En effet, il est nécessaire d'avoir un changement abrupt pour permettre la conversion des ondes de compression en des ondes de cisaillement. De plus, le saut de densité est assez important ($500\text{--}1600\text{ kg m}^{-3}$). Cependant, plusieurs études (Fearn et al., 1981; Loper and Fearn, 1983; Deguen et al., 2007; Alexandrov and Malygin, 2011) ont montré qu'une zone dendritique, c'est à

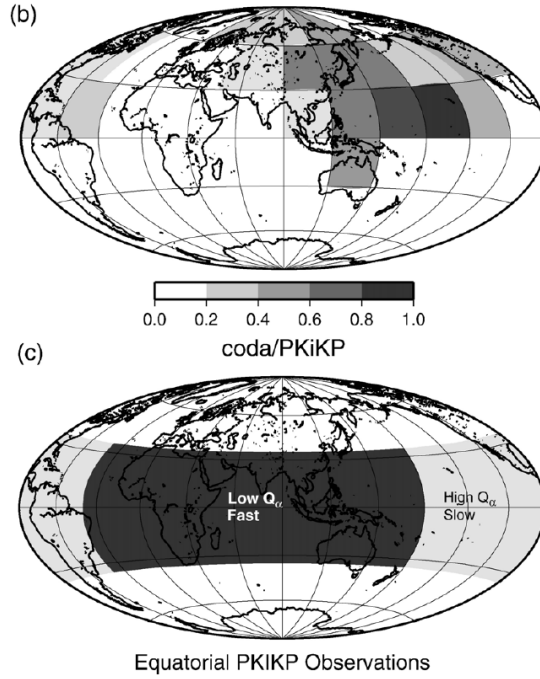


FIGURE 1.5 – (a) Observation des codas par Leyton and Koper (2007). (b) Dichotomie Est-Ouest de la vitesse et de l’atténuation dans la couche isotrope (Cormier, 2007).

dire un mélange entre liquide et solide, pourrait exister à la surface de la graine. Sumita et al. (1996) ont montré que la compaction pourrait réduire l’épaisseur de cette zone à quelques kilomètres. La présence de cette zone dendritique n’est donc pas contradictoire avec la transition abrupte à l’ICB. De plus, il a été observé de la diffraction à l’ICB (Vidale and Earle, 2000; Cormier and Li, 2002; Krasnoshchekov et al., 2005; Leyton and Koper, 2007) qui pourrait être due à des structures de petites échelles. Vidale and Earle (2000) estiment la taille de ces structures à 1 km qui ne serait pas limité à l’ICB mais aussi présente dans la graine. Cependant, Poupinet and Kennett (2004) n’observent aucune diffraction dans l’intérieur de la graine mais seulement dans la partie supérieure. Il est difficile de dire si l’ICB a une dichotomie Est-Ouest car il y a peu d’observation de coda des PKiKP. Plusieurs études ont suggérées l’existence d’une topographie à la surface de l’ICB (Cao et al., 2007; Song and Dai, 2008; Dai et al., 2012). Mais, il est difficile d’imaginer des structures capables de substituer à la surface de la graine à cause de la convection vigoureuse dans le noyau externe.

Finalement, toutes ces études suggèrent une image très complexe de l’interface

solide-liquide du noyau terrestre. Il existe des variations en profondeur de l'atténuation et de la vitesse, mais aussi des variations de grandes et de petites échelles à la surface et dans la graine. Des efforts ont été menés dès les années 90 pour expliquer ces incroyables hétérogénéités de la graine.

1.2 Dynamique de la graine

L'origine de l'anisotropie de la graine vient des propriétés élastiques des cristaux de fer. L'orientation préférentielle de forme expliquée par les inclusions de liquide est proposée par Singh et al. (2000). Cependant, l'orientation cristallographique préférentielle est généralement celle proposée pour expliquer l'anisotropie de la graine. Les cristaux aux conditions de pression et de température de la Terre sont des cristaux hexagonaux compacts (hcp). L'axe c est plus rapide que l'axe a à des fortes pressions mais des faibles températures (Stixrude and Cohen, 1995). Des calculs *ab initio* ont montré que cette anisotropie pouvait s'inverser à des températures plus élevées (Steinle-Neumann et al., 2001). La présence d'éléments légers dans la graine (Badro et al., 2007) peut aussi changer la stabilité des phases cristallines et il est possible que la phase majeure dans la graine soit cubique. Les propriétés élastiques des phases présentes dans la graine et leur stabilité restent encore peu comprises.

Pour expliquer la complexité de structure de la graine, plusieurs scénarii ont été proposés depuis une vingtaine d'années. L'alignement des cristaux anisotropes peut être dû à deux phénomènes - l'alignement pendant la solidification ou l'alignement après par la déformation dans la graine. La première hypothèse appelée texturation de cristallisation a été proposée par Karato (1993) et Bergman (1997). Karato (1993) suggère que les cristaux, durant leur formation, s'alignent sur le champ magnétique de la Terre, mais aucun modèle quantitatif n'a été proposé. Bergman (1997) propose que les dendrites formées à l'ICB sont orientées radialement et alignées avec le flux de chaleur. Il montre aussi que les cristaux s'alignent dans le plan équatorial car le flux de chaleur extrait par le noyau externe est plus efficace dans la direction radiale cylindrique (Bergman, 1997). De plus, l'anisotropie d'atténuation est plus forte le long de l'axe de rotation quand la croissance des dendrites est radiale et cylindrique (Bergman et al., 2000). Ce modèle est en bon accord avec les observations d'anisotropie de vitesse et d'atténuation. Cependant, la déformation dans la graine peut entraîner la perte de cette texturation, comme le montrent les expériences de Bergman et al. (2010). Ils ont réalisé des expériences de déformation d'un alliage solidifié directionnellement. Et ils ont observé la destruction de l'orientation des cristaux et une diminution de leur taille, ce qui laisse à penser que l'effet de la texturation de

cristallisation est important seulement dans la partie supérieure de la graine.

La texturation induite par la déformation est la deuxième hypothèse pour expliquer les hétérogénéités dans la graine. Il existe plusieurs mécanismes de déformation - le champ magnétique (Karato, 1999; Buffett and Wenk, 2001), la croissance préférentielle à l'équateur (Yoshida et al., 1996) et la convection thermique (Jeanloz and Wenk, 1988; Romanowicz et al., 1996; Alboussiere et al., 2010; Monnereau et al., 2010).

La convection thermique dans la graine peut être de deux types - sous forme de plumes (Jeanloz and Wenk, 1988) ou sous forme d'une translation (Alboussiere et al., 2010; Monnereau et al., 2010). Deguen (2012) présente un diagramme de stabilité de ces deux phases (Fig. 1.6) en normalisant l'âge de la graine par l'âge critique de la superadiabaticité de la graine défini par le rapport entre le gradient du liquidus et le gradient adiabatique du noyau (voir équation (2) de Deguen (2012)). Il définit aussi \mathcal{P} comme le rapport des échelles de temps de changement de phase et visqueuse (voir équation (6) de Deguen (2012)). La viscosité doit être supérieure à 10^{18} Pa.s pour que la translation existe (Deguen, 2012). Cependant, la viscosité du fer aux conditions de pression et de température de la graine est très mal connu et se situe entre 10^{11} Pa.s et 10^{22} Pa.s (Dumbrery and Bloxham, 2002). A partir de la nutation de la graine, Koot and Dumbrery (2011) estiment sa viscosité à 10^{14} Pa.s. La viscosité n'est pas la seule contrainte sur la translation : si la conductivité thermique est forte, comme indiqué par les récentes études (Stacey and Loper, 2007; Pozzo et al., 2012), alors elle ne peut pas exister si son moteur est seulement thermique. La translation ne peut pas expliquer à elle seule l'anisotropie dans la graine mais elle peut expliquer la forte dichotomie Est-Ouest et expliquer aussi la présence de la couche dense à la base du noyau. Cette couche, appelée *F-layer*, est une zone de plus faible vitesse d'environ 200 km (Song and Helmberger, 1995; Yu et al., 2005). La topographie positive créée par la translation de la graine est annulée par la fusion de la graine, et la topographie négative est remplacée par la cristallisation de la graine (Fig. 1.7). Alors la translation de la graine entraîne la cristallisation dans l'hémisphère Ouest et la fusion dans l'hémisphère Est (Fig. 1.7). Monnereau et al. (2010) suggèrent aussi que la taille des grains croisse durant la translation. Ce changement de taille pourrait expliquer la différence de vitesse et d'atténuation entre les deux hémisphères. Alboussiere et al. (2010) proposent que la fusion générée par la translation entraîne le relâchement d'un liquide dense qui pourrait entourer toute la graine et expliquer la *F-layer*. Gubbins et al. (2008) montrent que l'épaisseur de la *F-layer* est plus grande que la longueur caractéristique de diffusion. Ils concluent que la présence de cette couche est liée à un phénomène convectif et qu'elle nécessite un apport en matériel sinon la convection

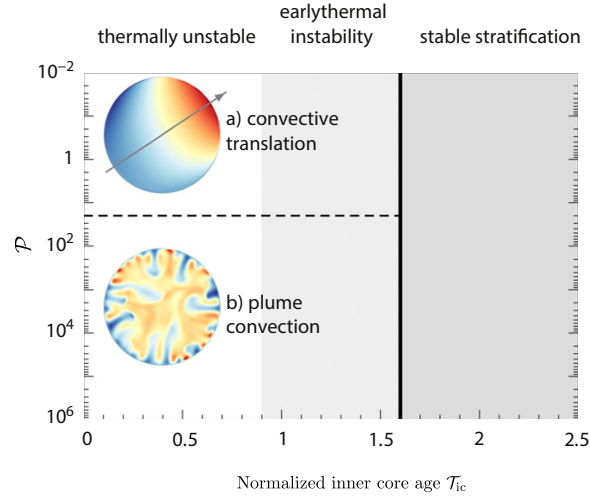


FIGURE 1.6 – Diagramme de stabilité de la convection thermique en fonction de l'âge normalisé de la graine et du nombre \mathcal{P} . Quand τ est supérieur à 1.6, la graine est stable quelle que soit \mathcal{P} . En dessous de 1.6, la convection est soit sous forme de plume $\mathcal{P} > 50$, ou sous forme d'un translation (Deguen and Cardin, 2011; Deguen, 2012).

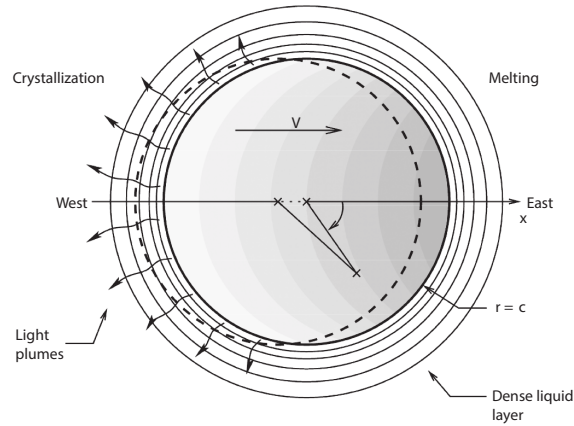


FIGURE 1.7 – Vue schématique de la translation (Alboussiere et al., 2010). La translation entraîne respectivement la cristallisation et la fusion dans l'hémisphère Ouest et Est.

dans le noyau externe l'éliminerait. Gubbins et al. (2011) proposent un autre scénario que celui proposé par Alboussiere et al. (2010) pour fondre la graine. Les variations de flux de chaleur à la CMB entraînent des modifications dans la circulation dans le noyau externe, ce qui peut localiser le flux de chaleur vers la graine et donc la fondre. Cependant, cela nécessite que le fluide soit plus chaud que la température à l'ICB. D'autres modèles de dynamo ne montrent aucune fusion à l'interface graine-noyau (Aubert et al., 2008a; Olson et al., 2010). En revanche, Sumita and Olson (1999) et Aubert et al. (2008a) ont montré que l'effet des hétérogénéités de flux de chaleur à la CMB peut jouer un rôle important sur la vitesse de cristallisation.

1.3 Convection dans les intérieurs planétaires

La cristallisation de la graine entraîne le relâchement d'éléments légers à sa surface. Ces éléments légers sont instables compositionnellement et sont l'un des principaux moteurs de la convection. La convection thermo-solutale dans le noyau externe donne naissance au champ magnétique de la Terre. On a vu auparavant que la convection pouvait contrôler la dynamique de la graine (Sumita and Olson, 1999; Aubert et al., 2008a; Gubbins et al., 2011) à travers les hétérogénéités de flux de chaleur à la CMB. Il est aussi possible que les hétérogénéités à l'ICB contrôlent le champ magnétique (Olson and Deguen, 2012). Olson and Deguen (2012) montrent que la position décentrée du dipôle magnétique pourrait être expliquée par la translation de la graine.

La convection dans le noyau externe est contrôlée par la rotation. Ainsi le nombre d'Ekman, qui est le ratio entre les forces de viscosité et la force de Coriolis, est très petit pour la Terre, de l'ordre de 10^{-15} . Les effets de la rotation sur la convection sont donc très importants. La contrainte de Proudman-Taylor nous indique que la circulation du fluide est indépendante de z (z étant parallèle à l'axe de rotation) (Fig. 1.8a). Ces colonnes prédites théoriquement sont aussi observées expérimentalement (Fig. 1.8b). L'effet de ces colonnes dans l'atmosphère de Jupiter ou Saturne est très visible à leur surface. Elles produisent des bandes de vents circulant à des vitesses différentes. Dans la figure 1.9, les auteurs modélisent l'atmosphère de Jupiter et comparent leur résultats aux vitesses de vents en surface. Au premier ordre, leur modèle est très satisfaisant. De plus, la rotation limite le flux extrait par la convection (Fig. 1.10) car elle empêche le mouvement de fluide selon l'axe z . Il est possible de relier le flux de chaleur extrait par la convection, grâce au nombre de Nusselt, à la force de la convection définie par le nombre de Rayleigh. Sans la rotation, la loi d'échelle est donnée par la ligne noire dans la figure 1.10 alors qu'avec la rotation, la relation est plus raide (ligne pointillée). Pour un même nombre de Rayleigh, le flux de chaleur

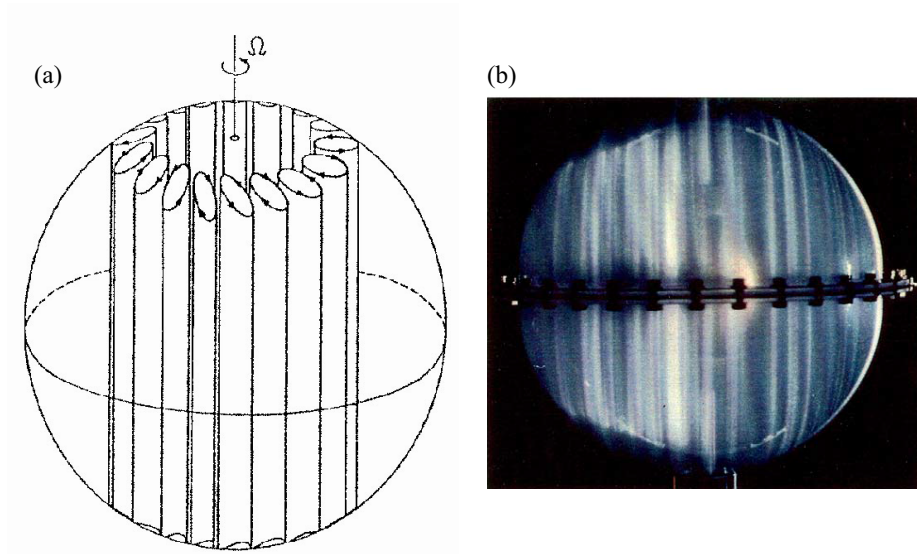


FIGURE 1.8 – (a) Vue schématique des colonnes de Proudman-Taylor causées par la rotation. (b) Expérience en laboratoire de convection en rotation (Cardin and Olson, 1992). Les colonnes sont bien visibles.

extrait sera plus faible en présence de rotation jusqu'à un certain seuil. En outre, le Rayleigh critique est une fonction du nombre d'Ekman. La convection en rotation a été beaucoup étudiée numériquement ou expérimentalement, mais le nombre d'Ekman est limité à 10^{-7} par la taille et la vitesse de rotation des expériences ou par le temps de calcul des simulations numériques.

Un autre effet majeur dans la convection planétaire ou stellaire est la compressibilité. Dans leur atmosphère, leur manteau ou leur noyau, la densité augmente très fortement avec la pression et ces effets ne sont généralement pas pris en compte. La plupart des modèles de convection planétaire utilisent l'approximation de Boussinesq qui ignore les petites variations de densité par rapport à la densité moyenne, à part dans le terme de flottabilité. Dans les expériences de laboratoire, les effets de compressibilité sont négligés à juste titre car ils sont très petits. De nombreux auteurs ont étudié la compressibilité dans la convection des atmosphères des planètes géantes (Jones and Kuzanyan, 2009; Gastine and Wicht, 2012; Gastine et al., 2014), dans le noyau terrestre (Glatzmaier and Gilman, 1981; Anufriev et al., 2005) ou dans le manteau (Steinbach et al., 1989; Tackley, 1996; Tachinami et al., 2014) en utilisant d'autres hypothèses comme l'approximation anélastique ou l'approximation anélastique liquide. Dans l'approximation anélastique (Ogura and Phillips, 1962; Gough,

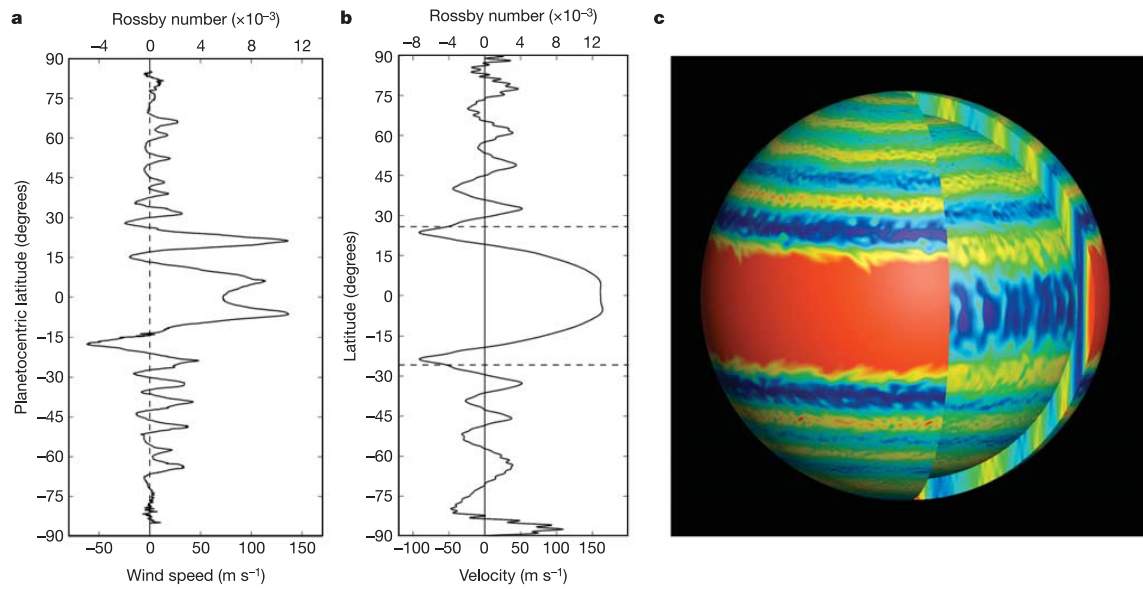


FIGURE 1.9 – Modèle convectif de l’atmosphère de Jupiter. Les colonnes se traduisent à la surface par des bandes (Heimpel et al., 2005). (a) Vitesses des vents mesurées à la surface de Jupiter par la sonde Galileo. (b) Vitesses des vents prédites par le modèle numérique de convection (c).

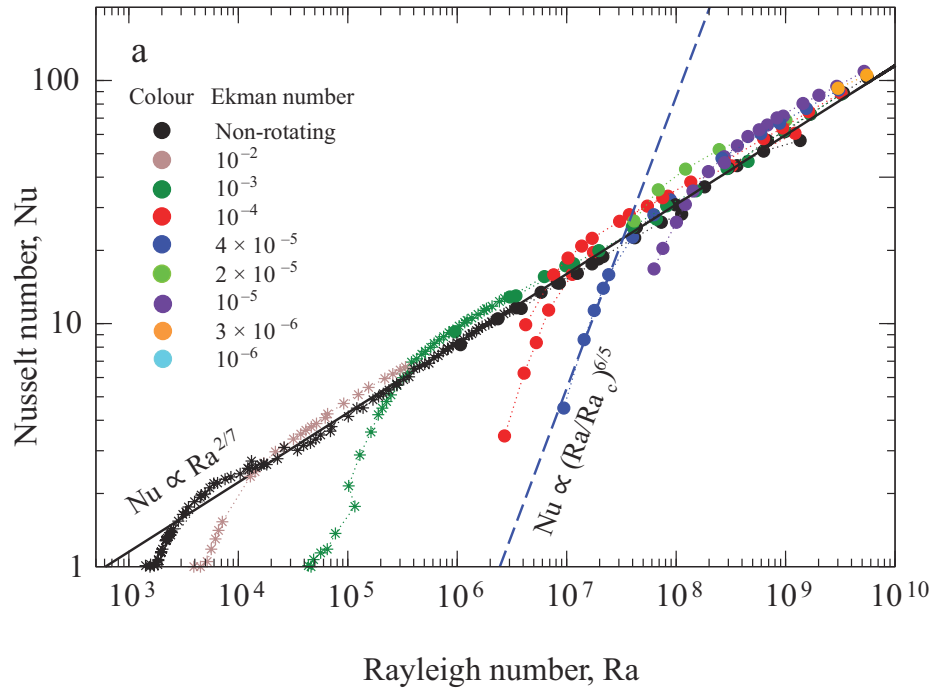


FIGURE 1.10 – Nombre de Rayleigh Ra en fonction du nombre de Nusselt Nu avec ou sans rotation. Les points et les étoiles sont des résultats expérimentaux (King et al., 2009, 2012)

1969), les petites variations de densité sont négligées par rapport à la densité moyenne mais, la présence d'un gradient température dû à la pression est introduite. Cette approximation amène à ignorer les ondes sonores dans le fluide. Spiegel and Veronis (1960) déterminent le critère de validité de l'approximation de Boussinesq à partir de la longueur caractéristique de compressibilité

$$H_t = \frac{C_p}{\alpha g} \quad (1.1)$$

où C_p est la capacité calorifique, g est la gravité et α est le coefficient d'expansion thermique (Jarvis and McKenzie, 1980; Schubert et al., 2001). Ce critère $\frac{d}{H_t}$ (d est la hauteur de la zone convective) doit être très inférieur à 1 pour que l'approximation de Boussinesq soit valable. Ce critère correspond aussi à un nombre de dissipation Di inférieur à l'unité qui est défini par

$$Di = \frac{\alpha g d}{C_p}. \quad (1.2)$$

Malheureusement, elle n'est pas valable dans les intérieurs planétaires car d est comparable à H_t , donc la dissipation visqueuse, le gradient adiabatique et le gradient de densité ne peuvent pas être négligés. Il n'existe pas de critère aussi simple pour déterminer la validité des approximations anélastiques.

1.4 Expériences sous hyper-gravité

Diverses expériences de métallurgie sous forte gravité sont résumées dans le livre de Regel and Wilcox (1994). Les premières expériences de solidification sous haute gravité ont été réalisées par Müller and Neumann (1983) et Rodot et al. (1986) et concernaient respectivement la cristallisation d'alliage métallique ou de semi-conducteurs (Rodot et al., 1986, 1990). D'autres auteurs se sont intéressés à la cristallisation en présence d'une forte gravité et de la rotation (Riahi and Sayre, 1996; Riahi, 1997, 2001). Cependant, ces expériences ont été réalisées avec des gravités n'excédant pas quelques g. Dans une étude très récente, O'Rourke et al. (2012) ont réalisé des expériences de cristallisation de chlorure d'ammonium à 0 g et à 2 g dans des vols paraboliques. Dans les expériences présentées dans le chapitre 2, l'augmentation de la gravité permet d'atteindre des conditions plus réalistes par rapport à la graine. Le rôle de la convection au-dessus de la zone dendritique est très mal connu ainsi que l'impact sur cette même zone.

Les effets de compressibilité sont très difficiles à obtenir en laboratoire. Pour étudier ces effets, il est possible d'utiliser des fluides au-delà de leur point critique.

Beaucoup d'expériences ont été réalisées avec du ^3He proche de son point critique entre le liquide et le gaz (Meyer and Kogan, 2002; Furukawa et al., 2003; Accary and Meyer, 2011). Cependant, très peu d'études expérimentales ont été réalisées sur la convection compressible en centrifugeuse (Busse, 2014) malgré les nombreuses études théoriques et les applications sur la convection de gaz lors de l'enrichissement de l'uranium (Sakurai and Matsuda, 1974).

Les expériences de laboratoire permettent d'étudier des phénomènes difficiles à modéliser numériquement (la cristallisation d'une zone dendritique ou la convection compressible). Leurs résultats permettent ainsi de vérifier les approximations théoriques que nous pouvons réaliser pour simplifier le problème physique. Grâce à ces approximations, des solutions numériques pertinentes peuvent être obtenues.

Cristallisation sous hyper-gravité

Sommaire

2.1	Introduction	20
2.2	Dispositifs expérimentaux	23
2.2.1	Cellule expérimentale	27
2.2.2	Électronique embarquée et collecteur tournant	29
2.2.3	Pilotage	31
2.2.4	Calibration des sondes de températures	33
2.2.5	Mesure de la conductivité électrique	34
2.2.6	Cuve de cristallisation à gravité ambiante	35
2.3	Résultats des expériences de cristallisation	37
2.3.1	Évolution de la température	38
2.3.2	Mesures de la hauteur et de la fraction solide	39
2.3.3	Analyse post-mortem du mush	43
2.3.4	Mesures d'ultrasons comme analogie à la sismologie	49
2.4	Résultats des expériences de fusion	62
2.4.1	Évolution de la température	62
2.4.2	Analyse post-mortem du mush	62
2.4.3	Mesures d'ultrasons comme analogie à la sismologie	64
2.5	Implications sismologiques sur la graine	67

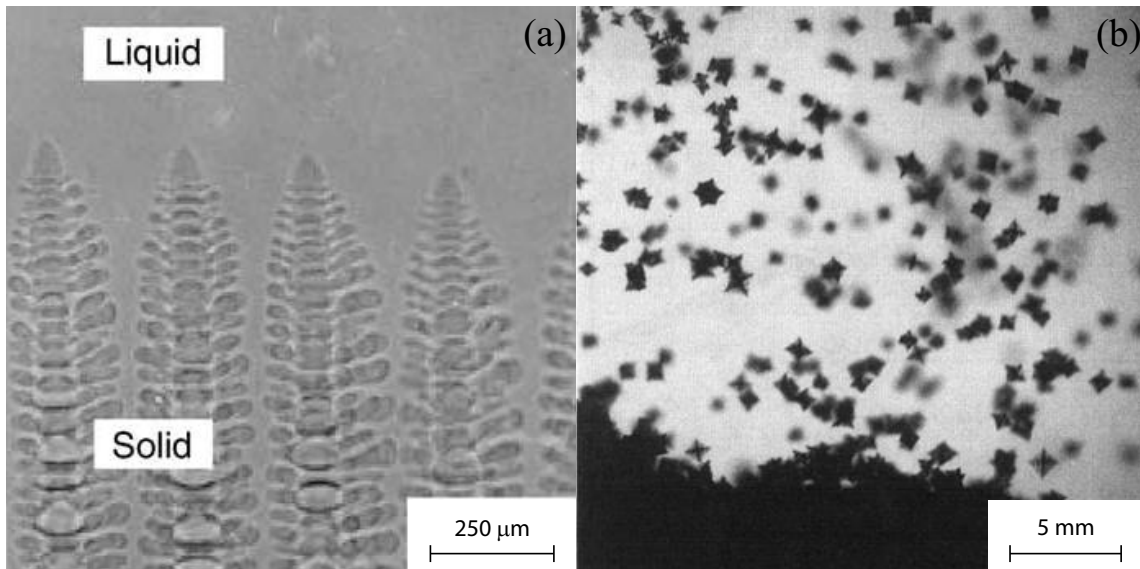


FIGURE 2.1 – A gauche, cristallisation unidirectionnelle de dendrites d'un alliage succinonitrile-tetrabromure de carbone (Kaya et al., 2005) (a). A droite, cristallisation en volume de cristaux dendritique à partir d'une solution aqueuse de chlorure d'ammonium(Beckermann and Wang, 1996) (b).

2.1 Introduction

La formation d'une zone dendritique ou d'une zone équiaxe a été étudiée en détail par les métallurgistes (Fig. 2.1). Cette zone dendritique est expliquée par la formation d'une instabilité à l'interface solide-liquide dite morphologique (Mullins and Sekerka, 1964; Davis, 2001). L'instabilité de Mullins-Sekerka est due au relâchement d'éléments légers s'accumulant devant le front de solidification, alors la température de solidification peut être supérieure à la température réelle. Le liquide à l'avant de l'interface solide-liquide est surfondu. Jackson et al. (1966) suggère d'utiliser une solution de chlorure d'ammonium comme un analogue à la cristallisation d'un métal. McDonald and Hunt (1970) et Copley et al. (1970) sont les premiers à utiliser ce mélange binaire pour étudier la solidification d'alliage métallique. Il y a eu beaucoup d'efforts pour comprendre les zone dendritiques par des études expérimentales (Chen and Chen, 1991; Chen, 1995) ou numériques (Worster, 1992, 1997) car elles ont beaucoup d'applications - métallurgie, chambre magmatique, banquise ou encore à la graine. Comprendre la convection et la cristallisation qui a lieu dans les chambres magmatiques est très important pour l'étude de leur évolution chimique et thermique. Dans ces chambres, la présence d'une zone dendritique cristallisant à partir du pla-

fond, de cristallisation en volume et de compaction ont été décrites par de nombreuses études (Huppert and Sparks, 1988; Brandeis and Marsh, 1989; Marsh, 1989; Worster et al., 1990, 1993; McKenzie, 1984, 2011). La cristallisation de l'eau de mer sous forme de banquise peut être aussi considérée comme une zone dendritique (Feltham et al., 2006). Elle produit un liquide riche en sel et plus dense ce qui induit de la convection dans la zone dendritique créant des chenaux ou des cheminées (Worster and Wettlaufer, 1997). Ces cheminées sont aussi observées en métallurgie (Sarazin and Hellawell, 1988) ou dans les expériences analogue (Copley et al., 1970; Chen and Chen, 1991; Tait et al., 1992). Elles sont formées par des processus de cristallisation et de dissolution à l'interface mush-liquide quand celui croit (Tait et al., 1992). Elles se développent aux nœuds du réseau hexagonal des cellules convectives (Tait et al., 1992; Keating et al., 2011). Tait et al. (1992) observent que le flux est vers haut dans les cheminées et vers le bas au centre des hexagones.

Loper and Roberts (1981) étudient les conditions de cristallisation à la surface de la graine. Ils montrent qu'il peut exister cette instabilité morphologique à l'interface solide-liquide qui peut être une zone dendritique ou zone de solidification libre. Fearn et al. (1981) suggèrent que l'interface de la graine soit dendritique. D'après eux cette zone pourrait s'étendre jusqu'au centre du noyau interne. Récemment, Shimizu et al. (2005) réétudient les conditions à l'interface noyau-graine. Ils montrent qu'il est possible d'avoir une zone équiaxe et une interface solide-liquide stable mais qu'il est difficile de maintenir cette zone à cause de la convection dans le noyau externe. Cependant, les auteurs privilégient la présence d'une zone dendritique à la surface de la graine. Deguen et al. (2007) réexaminent la déstabilisation du front de solidification qui peut être empêchée par la convection compositionnelle en supprimant rapidement les éléments légers et la surfusion à l'interface. Ils montrent qu'il est possible d'avoir une zone dendritique mais son épaisseur est mal contrainte. Alexandrov and Malygin (2011) montrent qu'il est possible d'avoir coexistence des deux régimes de solidification. Ils utilisent la vitesse verticale du fluide pour déterminer s'il y a une zone dendritique ($u_z > 0$, le liquide monte) ou une zone équiaxe ($u_z < 0$, le liquide descend).

Alboussiere et al. (2010) et Monnereau et al. (2010) ont montré que la graine pouvait, sous certaines conditions, convecter par translation Est-Ouest, ce qui provoquerait de la cristallisation sur un hémisphère et de la fusion sur un autre. La convection dans le manteau pourrait contrôler celle du noyau externe et donc jouer sur la vitesse de solidification de la graine (Sumita and Olson, 1999; Aubert et al., 2008a); ce qui provoquerait de la fusion dans certaines régions de l'interface graine-noyau (Gubbins et al., 2011). Très peu de travaux ont été réalisés sur les conséquences de la fusion par

le haut sur une zone dendritique (Feltham and Worster, 2000; Hallworth et al., 2004). Hallworth et al. (2004) suggèrent que la fusion entraîne la cristallisation du liquide fondu lorsqu'il tombe à l'intérieur de la zone dendritique. Ils réalisent des expériences de fusion de KNO_3 solide dans lequel ils incorporent des petites billes de verres et ils observent une augmentation de la fraction solide due à la recristallisation du liquide fondu et plus dense.

Nous avons réalisé des expériences de cristallisation et de fusion d'un mélange binaire de chlorure d'ammonium (NH_4Cl) et d'eau. Nous nous sommes placés dans le cas d'une solution sur-eutectique, c'est à dire que le solide formé par le refroidissement par le bas est du chlorure d'ammonium quasiment pur. La figure 2.2 présente le diagramme de phase d'une solution aqueuse de NH_4Cl . En refroidissant par le bas, cette solution initiale à 30 wt % atteint le liquidus et un solide de NH_4Cl est formé. Le liquide proche du solide est alors appauvri et donc plus léger que le reste du liquide, ce qui génère de la convection solutale dans le liquide. La courbe du liquidus relie la température et la concentration en chlorure d'ammonium et s'exprime comme

$$T = T_e + \Gamma(c - c_e) \quad (2.1)$$

T_e et c_e sont la température et la concentration au point eutectique. Nous avons décidé de refroidir notre solution à une température de 5°C , c'est à dire au-dessus de la température eutectique pour ne pas créer une solution solide glace/chlorure d'ammonium.

Ces expériences ont été réalisées sous hyper-gravité entre 2 g et 1300 g. L'augmentation de la gravité permet d'augmenter les échanges entre le liquide et la zone dendritique. Dans le noyau externe, ces échanges sont très importants car la vitesse de la convection est très rapide (10 km yr^{-1}) par rapport à la vitesse de solidification de la graine (1 mm yr^{-1}). Il y a un facteur 10^7 entre elles alors que dans des expériences de cristallisation en laboratoire ce ratio est d'environ 10 ($100 \mu\text{m s}^{-1}$ contre $10 \mu\text{m s}^{-1}$). Le forçage convectif dans la zone dendritique s'exprime à partir du nombre de Rayleigh et s'écrit

$$R_m = \frac{\beta \Pi_0 \rho g \Delta C h}{\kappa \nu} \quad (2.2)$$

où Π_0 est la perméabilité. Tait and Jaupart (1992) étudient l'effet du changement de la viscosité ν sur la convection dans la zone dendritique et montrent que la viscosité augmente la hauteur du mush, c'est à dire que plus la convection est vigoureuse moins l'épaisseur de la zone dendritique devient grande. Pour augmenter ce forçage convectif, nous avons décidé d'augmenter la gravité g à l'aide d'une centrifugeuse et donc d'augmenter l'échange des éléments légers à la surface de la zone dendritique.

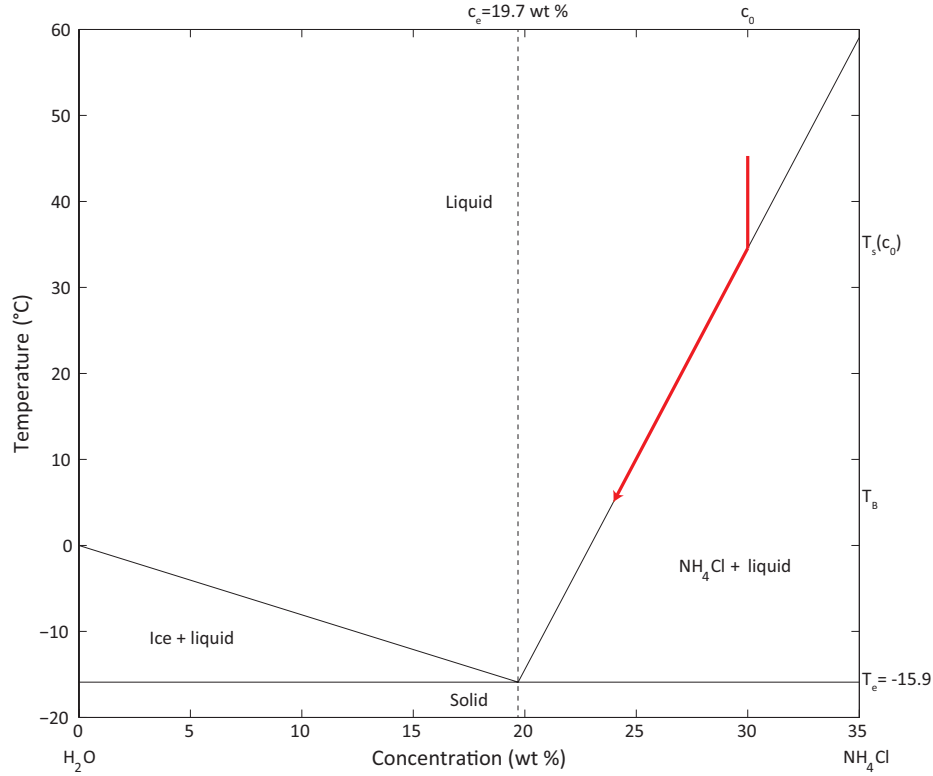


FIGURE 2.2 – Diagramme de phase du chlorure d'ammonium en solution avec de l'eau. À gauche de la température eutectique, le solide formé est de la glace. À droite, le solide formé est du chlorure d'ammonium presque pur. La flèche rouge indique un chemin théorique de la température et de la concentration du liquide à partir d'une solution à 20 wt % de NH_4Cl refroidie par le bas.

Dans ce chapitre, je présente dans une première partie le dispositif expérimental utilisé au cours de ma thèse. Dans les deuxième et troisième parties, j'examine respectivement les résultats des expériences de cristallisation et de fusion. Finalement, nous essayerons d'interpréter les données sismologiques en termes de structure de la graine à partir des résultats obtenus en laboratoire.

2.2 Dispositifs expérimentaux

La centrifugeuse *Beckman-Coulter J-26 XPI* m'a permis de réaliser mes expériences sous forte gravité (Fig. 2.3a). Le rotor *Beckman-Coulter JS-4.3*, composé de 4 godets, peut atteindre la vitesse maximale de 4300 RPM ("Round per minute"). A

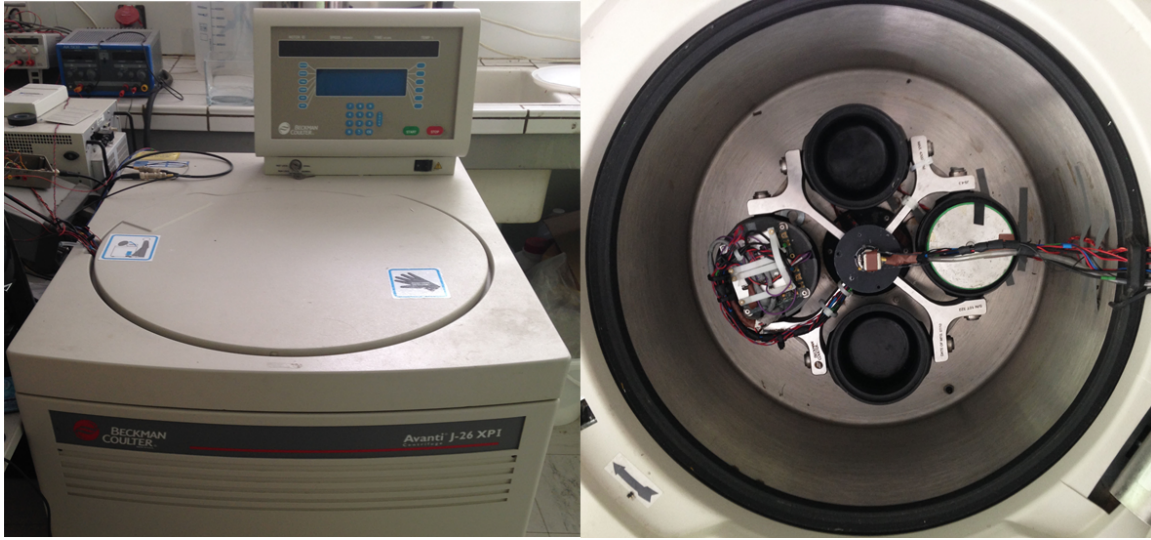


FIGURE 2.3 – A gauche, la centrifugeuse *Beckman J-26 XPI*. A droite, une vue du rotor composé de 4 godets dont deux vides. Les deux autres contiennent la cellule expérimentale et le contrepoids. Un collecteur tournant avec 10 voies permet de connecter la cellule aux cartes d'acquisition.

cause de la forte charge imposée dans les godets, qui est supérieure aux spécifications du constructeur, nous avons décidé de ne pas dépasser 3500 RPM. La force centrifuge maximum appliquée à la base d'un godet est

$$G_{force} = \frac{r\omega^2}{g} \approx 2600 \, g \quad (2.3)$$

où r est le rayon du rotor (19 cm), ω est la vitesse de rotation en rads^{-1} et g est l'accélération de pesanteur. Le rotor est composé de 4 godets pouvant s'incliner avec la rotation. Seulement deux godets sont utilisés : l'un contient la cellule expérimentale et l'autre un contrepoids qui permet l'équilibrage. Le contrepoids est composé de 3 disques en aluminium fixés à un axe et de quelques rondelles et écrous pour ajuster l'équilibrage (Fig. 2.4a). Il est possible de modifier la position des deux plateaux sur l'axe, le plus bas étant fixe. De l'eau est introduite au fond du godet pour ajuster l'équilibrage. Un système en rotation nécessite deux équilibrages - statique et dynamique. Le premier consiste à équilibrer les masses pour que leur centre de gravité soit sur l'axe de rotation. L'équilibrage dynamique consiste à faire coïncider l'axe d'inertie du rotor avec l'axe de rotation. Un modèle simplifié de la cellule et du contrepoids m'ont permis de positionner les 2 disques dans le godet, mais le déséquilibre reste trop

grand pour atteindre des vitesses supérieures à 350 RPM. De plus, la centrifugeuse a une fréquence de résonance située autour de 450 RPM, et cela provoque de très fortes vibrations ou l'arrêt d'urgence de la centrifugeuse si le déséquilibre est trop important. Dans ce système simplifié nous supposons que les centres de gravité sont confondus avec les centres de masse car la gravité est homogène à l'échelle du système et que le rayon de courbure est négligeable. Chaque pièce est caractérisée par sa masse et son rayon minimal et maximal. Nous avons une équation d'équilibre des centres de masse et une équation d'équilibre du moment d'inertie, ainsi que deux inconnus qui sont les rayons des deux plateaux.

$$\begin{aligned} M_{eau} + M_{contrepoids} &= M_{cell} \\ J_{eau} + J_{contrepoids} &= J_{cell} \end{aligned} \quad (2.4)$$

où M_x et J_x sont respectivement le centre de masse et le moment d'inertie de l'eau, du contrepoids et de la cellule expérimentale. Les centres de masse et les moments d'inertie sont définis par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} M_x &= m \left(\frac{R_{max} - R_{min}}{2} \right) \\ J_x &= \frac{m}{3} \left(\frac{R_{max}^3 - R_{min}^3}{R_{max} - R_{min}} \right) \end{aligned} \quad (2.5)$$

La quantité d'eau est fixée empiriquement pour que les rayons des deux plateaux d'ajustement soient plausibles physiquement. Le système d'équation (2.4) est résolu numériquement. Dans un second temps, j'ai utilisé un accéléromètre 3 axes *ADXL335* placé en contact avec l'axe de rotation (Fig. 2.4b) pour mesurer les vibrations afin d'effectuer un équilibrage plus précis entre 200 et 300 RPM. J'ai utilisé une seule composante pour les mesures d'accélération. La mesure de l'amplitude de l'accélération à la fréquence de rotation donne une information sur l'intensité des vibrations de l'axe. De façon empirique, j'ai ajouté ou retiré du poids ou modifié la position des disques pour réduire au minimum l'amplitude de ces vibrations. A chaque démontage du rotor ou changement dans la cellule expérimentale, il a fallu refaire l'équilibrage. L'équilibrage parfait reste une chose difficile à obtenir en utilisant seulement un accéléromètre.

Le système de régulation de la température de la centrifugeuse est assez rudimentaire. La température oscille autour de la consigne avec une amplitude de 6°C environ sur une période de 40 min. Il a été nécessaire de concevoir un système de contrôle plus précis de la température imposée au fond de la cellule expérimentale.

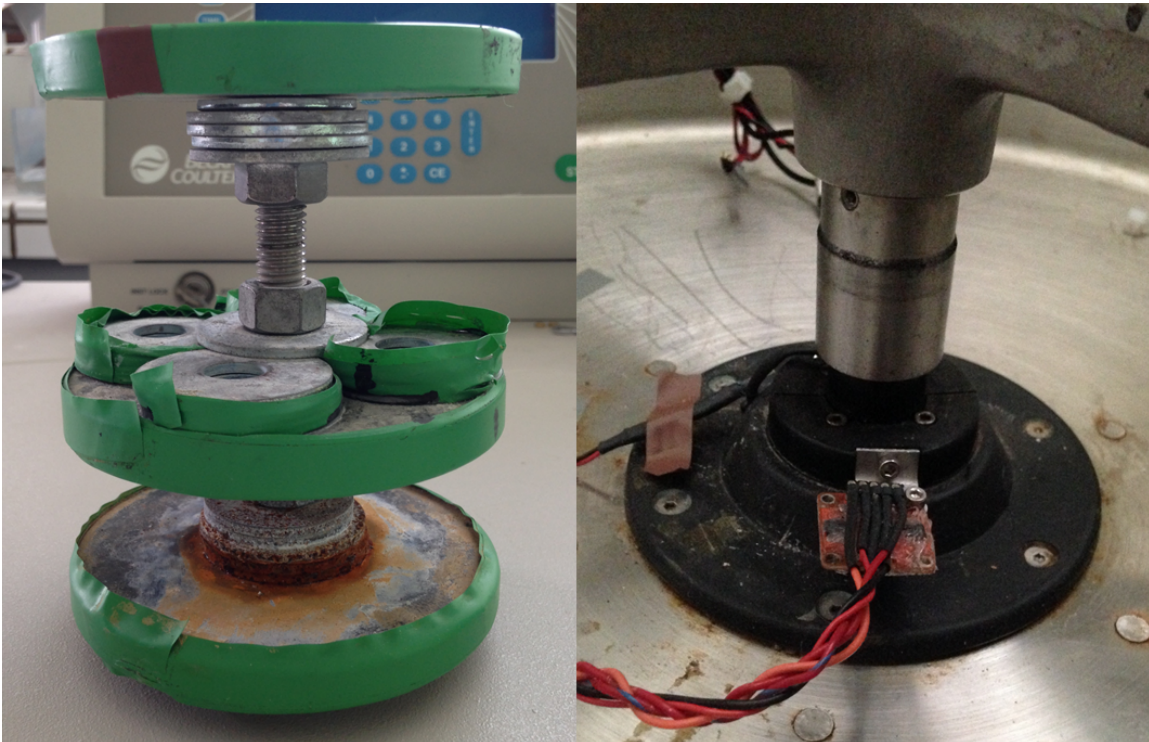


FIGURE 2.4 – A gauche, le contrepoids avec 2 plateaux pouvant être ajustés en hauteur. A droite, l'accéléromètre 3 axes *ADXL335* fixé perpendiculaire à l'axe de rotation.

2.2.1 Cellule expérimentale

La cellule expérimentale est composée de 4 murs indépendants en plexiglas pour faciliter le démontage et l'extraction du mush ainsi que son étude post-mortem (Fig. 2.5a). Cette armature est isolée du godet par deux tubes en plexiglas et polycarbonate de 1.5 cm d'épaisseur (Fig. 2.5b). Le couvercle est composé d'une partie en duraluminum permettant de très bien conduire la chaleur de la résistance thermique posée au-dessus vers le liquide. La cellule est refroidie par un module thermoélectrique inséré dans une plaque en duraluminum pour le protéger de la solution très corrosive de chlorure d'ammonium. Le module thermoélectrique a une capacité de refroidissement maximum de l'ordre de 20 W. Une sonde de température PT100 enregistre la température de la surface du module. Un module thermoélectrique fonctionne par effet Peltier qui convertit un courant électrique en une différence de température entre deux surfaces - l'une sera chaude et l'autre froide. L'efficacité à évacuer la chaleur dépend de la différence de température entre les deux faces. Il s'agit donc d'évacuer la chaleur de la face chaude pour permettre un refroidissement. Cette face est donc couplée thermiquement au fond du godet et sera refroidie naturellement par la rotation du rotor. A cause de la mauvaise thermorégulation dans la centrifugeuse, il est nécessaire pour avoir une température constante sur la surface froide de contrôler la tension envoyée au module thermoélectrique. J'ai ainsi implanté dans le programme de contrôle *Labview* un système de régulation appelé Proportionnel Intégral Dérivé (PID), qui permet de créer une boucle de rétroaction et de contrôler la température à la surface du module en agissant sur la tension envoyée.

La figure 2.6 présente deux coupes schématiques de la cellule expérimentale. L'intérieur de la cellule a pour dimension $6.7 \text{ cm} \times 3.5 \text{ cm} \times 3.5 \text{ cm}$. Un module Peltier est situé à la base pour refroidir la cellule, et à l'opposé une résistance thermique d'environ 6 W permet de chauffer le liquide par le haut. La température est mesurée par 5 sondes platine PT100 dans le liquide. Elles sont insérées dans le mur sous une faible épaisseur d'époxy les protégeant ainsi de la solution à des hauteurs différentes (3, 16, 28, 40 et 61 mm). Nous utilisons des sondes piézoélectriques permettant l'émission d'ultrason pour étudier la structure et l'évolution du mush pendant une expérience comme analogues aux ondes sismiques. Deux couples de sondes ultrasonores sont situés dans les murs verticaux pour permettre de suivre l'évolution de la vitesse du son dans le liquide pour la paire la plus haute, et de sonder transversalement le mush pour la paire la plus basse. Un autre couple est situé dans le couvercle de la cellule. Il permet de suivre l'évolution de la hauteur du mush et de sonder verticalement sa structure. Les sondes ont une bande passante très resserrée, autour de 4 MHz, d'environ 4 MHz. La fréquence a été choisie pour que la longueur d'onde ($\lambda \approx 0.4 \text{ mm}$) soit

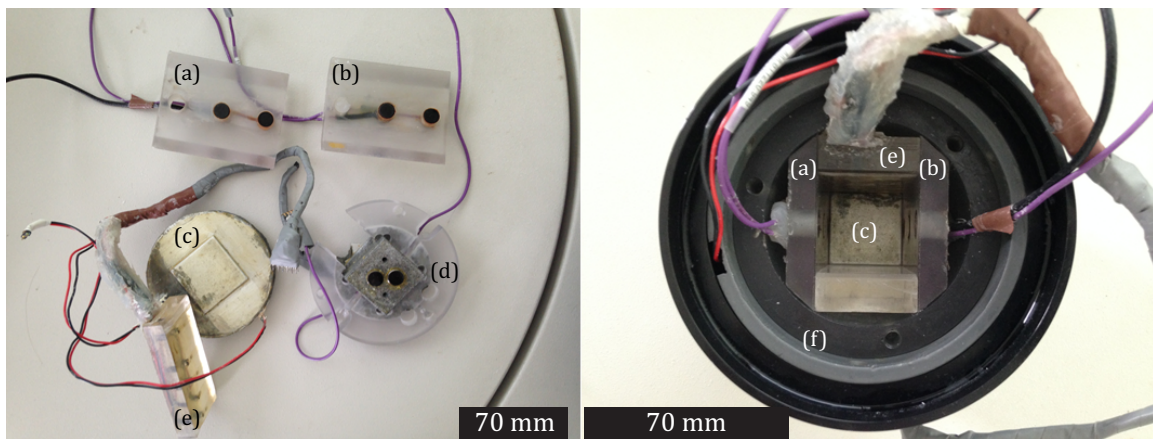


FIGURE 2.5 – A gauche, vue de la cellule après démontage. A droite, la cellule expérimentale dans son godet sans le couvercle. (a) et (b) sont les murs de la cellule portant les sondes piézoélectriques. (c) est le fond de la cellule en duraluminium. Il contient à l'intérieur le module Peltier. (d) est le couvercle en plexiglas et duraluminium, il comporte de 2 sondes piézoélectriques et la résistance chauffante. (e) est un mur de la cellule contenant les sondes PT100. (f) est l'isolation entourant la cellule. Son épaisseur est d'environ 15 mm.

du même ordre de grandeur que la taille des structures présentes dans le mush (≈ 0.2 mm). La réponse fréquentielle des sondes s'effondre dès qu'on s'écarte de 4 MHz mais nous utiliserons des fréquences entre 2 MHz et 6 MHz. Pour augmenter l'énergie envoyée par les sondes, il est possible d'utiliser des signaux à fréquence variable appelés "sweep". La cross-corrélation du signal émis par le signal enregistré permet d'obtenir un signal d'ultrason équivalent à la réponse impulsionnelle du milieu. Nous étudierons en détail ces signaux dans la partie 2.3.4.

2.2.2 Électronique embarquée et collecteur tournant

L'ensemble des signaux est transmis entre le référentiel tournant et celui du laboratoire par un collecteur tournant MOOG EC3848. Ce collecteur possède 10 voies qui supportent chacune 1 A et 100 V maximum et à une vitesse maximum de 10.000 RPM. La principale contrainte est le nombre limité de voies qui ne permet pas d'acquérir de façon simultanée tous les signaux d'ultrasons et les températures, et de contrôler le module Peltier. Une électronique embarquée (Fig. 2.7) a donc été fabriquée en 2009 à Grenoble par Patrick La Rizza. Cette carte électronique fragile a dysfonctionné à plusieurs reprises, empêchant le bon déroulement des expériences car elle est soumise à des conditions difficiles, comme la grande gravité apparente et la projection de chlorure d'ammonium très corrosif. L'aide de Patrick a été précieuse pour résoudre ces problèmes. Cette carte utilise un multiplexeur permettant d'utiliser successivement les 3 paires de sondes piézoélectriques grâce à une horloge interne. La tension mesurée aux bornes de chaque sonde de température est regroupée sur un seul signal avec différents niveaux correspondant à chaque sonde. Ce même signal permet de connaître la position du multiplexeur, c'est à dire quelle paire de sondes est enregistrée. Le signal acoustique est amplifié d'un facteur 10 avant son émission et d'un facteur 50 après sa réception. En rotation, le collecteur provoque un bruit non négligeable sur tous les signaux. Ce bruit disparaît en partie grâce à la cross-corrélation des signaux acoustiques. Le signal de température est aussi bruité ce qui empêche une mesure très précise ; de plus la connectique de ces sondes n'est pas idéale et provoque aussi une erreur sur la mesure, mais aucune solution n'a été trouvée sans changer la carte électronique embarquée.

Le module Peltier est connecté directement au collecteur tournant mais son courant est limitée 1 A. Il est très difficile de trouver sur le marché un module thermoélectrique capable d'imposer un flux important avec un courant faible (> 1 A). Le nombre de couples thermoélectriques est inversement proportionnel au courant qu'il faut fournir à ce module pour avoir le même flux. Au cours de ma thèse, nous avons trouvé un module thermoélectrique possédant 647 couples capable de produire un flux

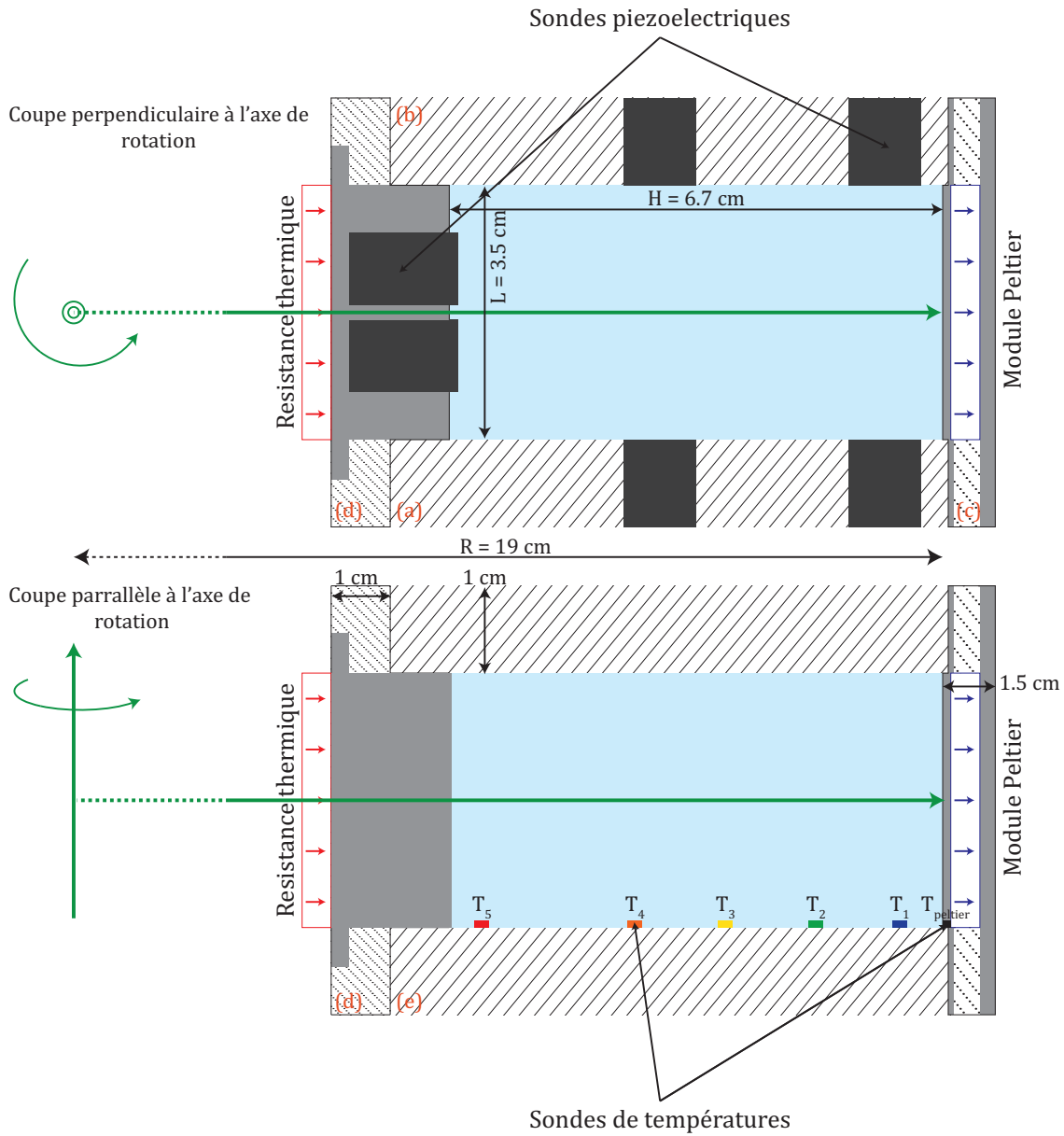


FIGURE 2.6 – En haut, une coupe schématique perpendiculaire à l'axe de rotation. En bas, une coupe schématique parallèle à l'axe de rotation.

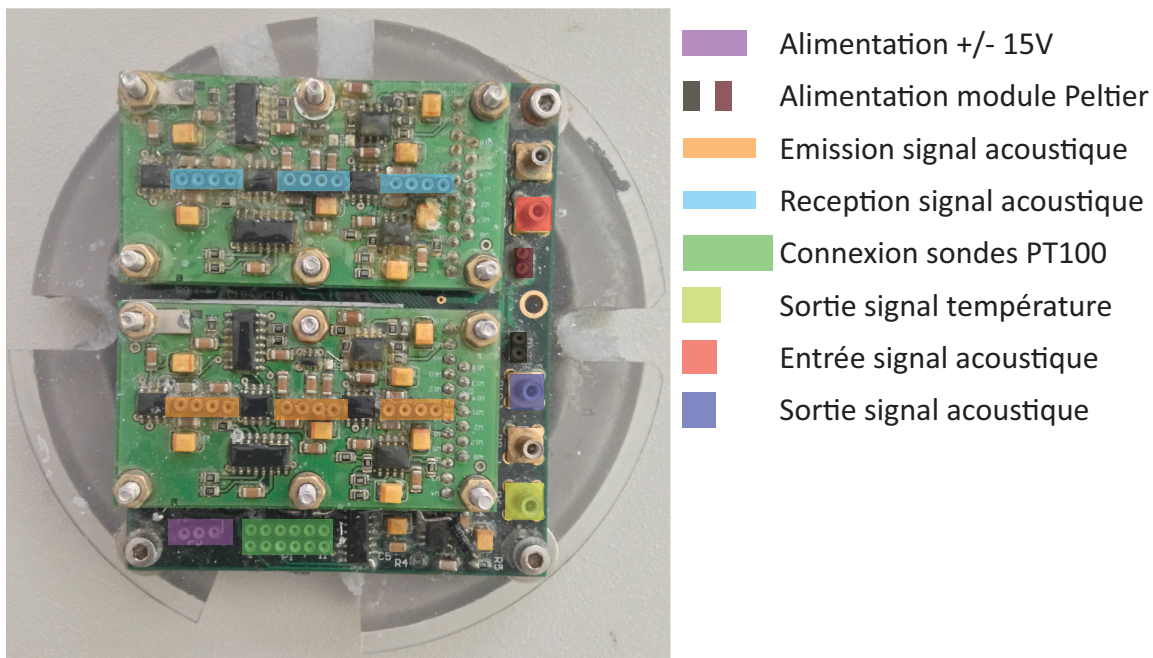


FIGURE 2.7 – Électronique embarquée dans le godet expérimental.

de 48 W pour un courant de 1 A (TES1-64701T125 chez Everedtronics). Malheureusement, les couples thermoélectriques n'ont pas résisté à la forte gravité. Nous avons donc utilisé principalement un module Peltier avec 127 couples capables d'extraire 15 W à 1 A.

2.2.3 Pilotage

Nous utilisons une carte d'acquisition haute fréquence NI PXI-5122 pour enregistrer les signaux acoustiques à 100 MHz. Le sweep est créé par un générateur de fonction Agilent 33220A (Fig. 2.8). Les deux signaux de température sont enregistrés par une carte d'acquisition lente NI USB-6210. Cette carte d'acquisition gère aussi le signal de déclenchement (trigger) qui permet de démarrer l'enregistrement et l'envoi des signaux acoustiques. Le module Peltier est contrôlé par une sortie analogique d'une carte d'acquisition NI USB-6211. Cette carte ne permet pas de générer suffisamment de courant pour le module. Elle est donc couplée à une carte électronique que j'ai fabriquée, capable d'amplifier le signal. Cette électronique permet de produire un signal continu, négatif ou positif, ce qui permet de chauffer ou de refroidir la cellule. Tous les appareils sont contrôlés par un programme Labview. La figure 2.9

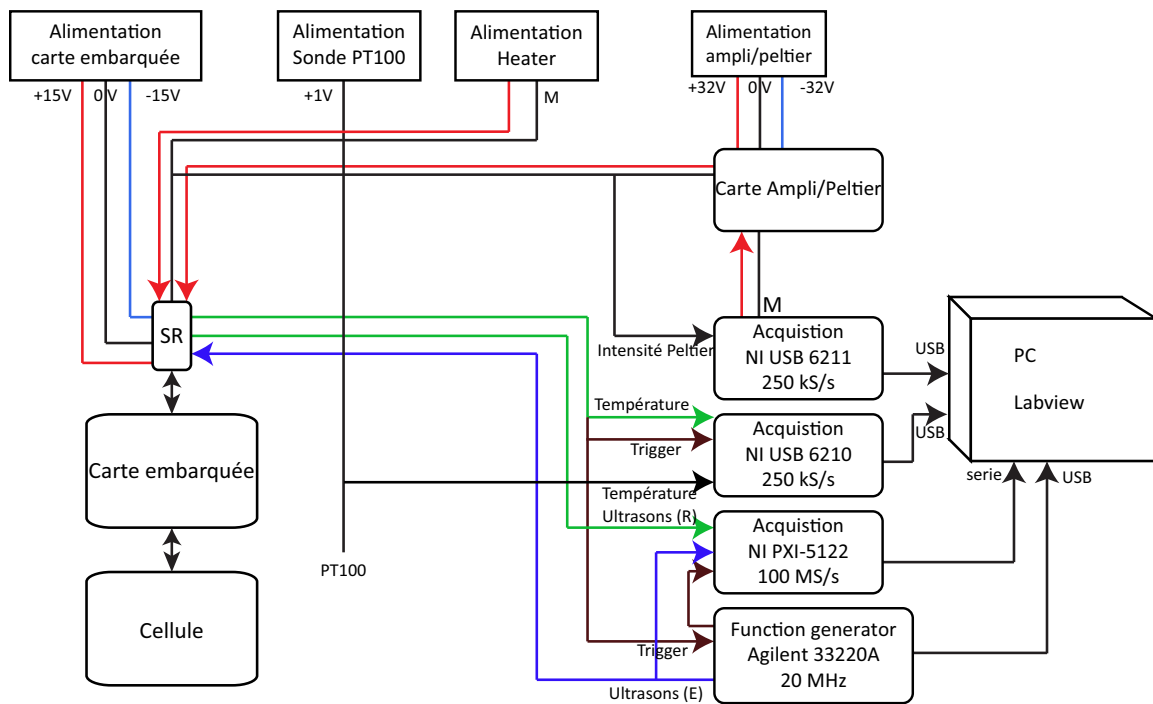


FIGURE 2.8 – Pilotage schématisé de la cellule de cristallisation. Nous utilisons 4 alimentations, 3 cartes d'acquisition dont une haute fréquence et deux basses fréquences, un générateur de fonction et une carte d'amplification (fabriquée par mes soins). Tous les signaux passent à travers le collecteur tournant (Slip Ring, SR) et sont connectés sur la carte embarquée. Une mesure de température de la centrifugeuse est réalisée simultanément par une sonde PT100 et est enregistrée par la carte lente.

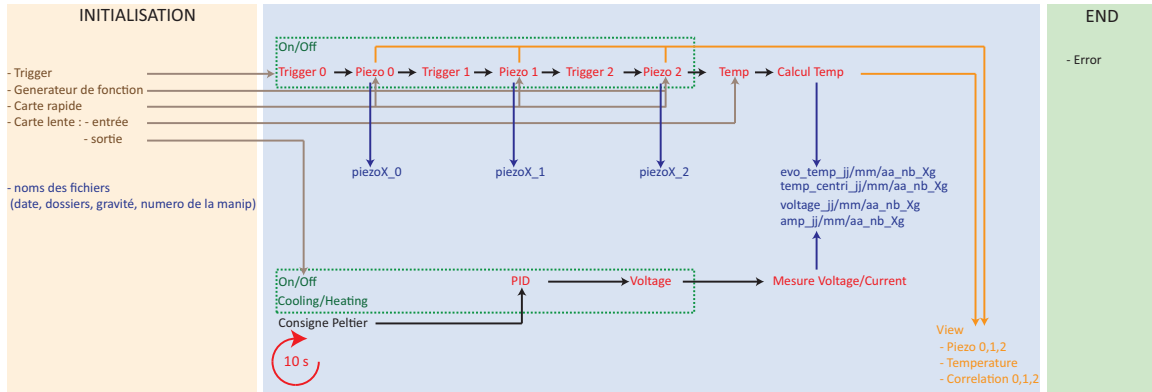


FIGURE 2.9 – Protocole schématisé du programme *Labview*. La première étape initialise les cartes d’acquisition. La deuxième étape est une boucle de 10 s qui permet d’enregistrer les différents signaux et de les visualiser en direct. La dernière étape notifie les erreurs qu’il y a pu avoir durant les deux premières étapes.

présente le protocole schématisé du programme *Labview*. Le programme enregistre toutes les 10 secondes la température des 6 sondes, envoie et enregistre un sweep à chaque paire de sonde piézoélectrique, contrôle la température de surface du module Peltier grâce à une boucle PID, et enregistre la tension et le courant fourni au Peltier. *Labview* permet la visualisation en direct de la température dans la cellule et de la cross-corrélation des signaux acoustiques.

2.2.4 Calibration des sondes de températures

J’ai utilisé des sondes en platine PT100 pour mesurer la température à l’intérieur de la cellule. La mesure de la résistance d’une sonde par un montage à 3 fils donne la température par la relation suivante

$$R = \alpha R_0 T + R_0 \quad (2.6)$$

avec $R_0 = 100 \, \Omega$, $\alpha = 3.9083 \times 10^{-3} \, ^\circ\text{C}^{-1}$. Cette relation linéaire est une bonne approximation de la relation théorique d’ordre 3 entre 0°C et 100°C . Cependant, l’utilisation de 3 fils pour la mesure ne corrige pas parfaitement la mesure de la résistance des fils. Un décalage de la résistance mesurée est observé, dû à la connexion des sondes sur la carte électronique embarqué, à la traversée du signal dans le collecteur tournant et à la résistance des fils eux-mêmes. Nous supposons que la pente de l’équation (2.6) ne change pas. Il s’agit donc de mesurer le décalage de l’ordonnée à l’origine. Pour réaliser cette calibration, nous avons donc utilisé de l’eau refroidie par

le bas jusqu'à cristallisation de la glace. La présence d'eau et de glace provoque un équilibre thermodynamique à 0 °C, ce qui permet de calibrer les sondes de températures.

2.2.5 Mesure de la conductivité électrique

Shirtcliffe et al. (1991) ont proposé une technique de mesure de la fraction solide ϕ à partir de la conductivité électrique dans une solution aqueuse de nitrate de sodium. Ils supposent que la conductivité entre un fil de platine placé dans le mush et une électrode située dans le liquide est inversement proportionnelle à la fraction du fil immergé dans le liquide. Ils supposent aussi que le solide est un isolant électrique. Chiareli and Worster (1992) réinterprètent les résultats obtenus par Shirtcliffe et al. (1991) pour ajouter l'anisotropie de la conductivité d'un cristal de glace. Ils comparent ces résultats à un modèle théorique et obtiennent un bon accord. Shirtcliffe and Kerr (1992) suggèrent d'utiliser deux fils de platine parallèles et situés à la même hauteur. Ils montrent que cette méthode surestime la fraction solide en la comparant à des calculs de la fraction solide basés sur la température. Cependant, l'écart entre les mesures et le calcul peut être dû à la convection (Shirtcliffe and Kerr, 1992) ou à l'anisotropie électrique (Chiareli and Worster, 1992). Jahrling and Tait (1996) utilisent la même méthode en ajoutant l'effet de la tortuosité. Ils utilisent la loi empirique d'Archie (Archie, 1942) qui relie la porosité $(1 - \phi)$ au rapport des constantes de cellule

$$\Psi = \left(\frac{K_{mush}}{K_{liq}} \right)^{\frac{-1}{m}} \quad (2.7)$$

avec $K_{liq} = R_{liq}(T, c)\gamma_{liq}(T, c)$ et $K_{mush} = R_{mush}(T, c)\gamma_{mush}(T, c)$ où γ est la conductivité électrique, R est la résistance électrique. L'exposant m est déterminé expérimentalement par Jahrling and Tait (1996) en utilisant du sable de Fontainebleau. Connaissant le diamètre et sa densité et supposant le milieu isotrope, il est possible de calculer la fraction solide. Ils trouvent un bon accord quand m est égal à 1.5. Le meilleur exposant pour des expériences de cristallisation (Shirtcliffe and Kerr, 1992; Jahrling and Tait, 1996) est 1.72. L'erreur sur la porosité, d'environ 5 %, est dû à la difficulté de connaître la tortuosité d'un mush ou dû aux hypothèses pour déterminer la porosité à partir de la température.

La configuration de deux fils de platine parallèles, auxquels nous appliquons un signal sinusoïdal, est équivalente à un circuit Résistance-Capacité (RC). La capacité est causée par la formation d'une double couche électrique autour de chaque fil (Notz et al., 2005). Pour simplifier le circuit, il suffit d'utiliser une fréquence qui ne provoque

aucun déphasage entre le signal d'entrée et de sortie. Il n'y a alors aucune capacité et nous pouvons donc facilement mesurer la résistance entre les deux fils de platine. Nous avons utilisé le circuit présenté dans la figure 1 de Jahrling and Tait (1996). J'ai placé dans la cellule de cristallisation des fils de platine séparés par 3 mm, et d'une longueur de 10 mm à 5 hauteurs différentes (2, 7, 12, 17 et 22 mm) pour avoir un profil vertical de la fraction solide.

En premier lieu, il faut donc connaître la conductivité électrique d'une solution de chlorure d'ammonium pour une température T et une concentration donnée c . La conductivité électrique dans le chlorure d'ammonium a déjà été mesurée en fonction de la concentration et température (Fig. 2.10a) mais aucune loi théorique ne permet de l'estimer. Jahrling and Tait (1996) ont mesuré cette conductivité à différentes températures et entre 4 et 12 wt %. Leur calibration donne une relation entre la conductivité, la température et la concentration

$$\gamma(T, c) = (0.235c + 0.3971)T + 11.0751c + 2.653 \quad (2.8)$$

σ est donné ici en mS cm^{-1} . Leur relation (Eq.2.8) est en bon accord pour des concentrations inférieures à 10 wt %. et à 25 °C avec la littérature (Wolf, 1966; Weast, 1989) (Fig. 2.10a). Pour des concentrations supérieures à 20 wt % et des températures situées entre 5 °C et 10 °C, il n'existe pas de relation. J'ai mesuré la conductivité à différentes températures et concentration (Fig. 2.10b) et calibré la constance de cellule avec la valeur théorique à 20 wt % et 5 °C de Jahrling and Tait (1996). Une simple régression linéaire des mesures permet d'écrire l'équation suivante

$$\gamma(T, c) = (0.8588c - 7.2127)T + 10.807c - 13.479. \quad (2.9)$$

2.2.6 Cuve de cristallisation à gravité ambiante

J'ai complété mes expériences en centrifugeuse, dans lesquelles nous n'observons pas directement l'évolution du mush, par des expériences dans une cuve transparente et à gravité ambiante (Fig. 2.11). La cuve possède 4 murs en plexiglas de 2 cm d'épaisseur permettant une bonne isolation. La base est formée par une plaque de cuivre nickelé qui permet d'imposer une température par la circulation d'un fluide caloporteur contrôlée par un bain thermostaté. Le dispositif est chauffé par le haut grâce à une boîte étanche dans laquelle un fluide chaud circule, lui aussi contrôlé par un deuxième bain thermostaté. Des mesures de températures ont été effectuées par des 15 sondes PT100, positionnées sur un des murs. Six autres sondes permettent

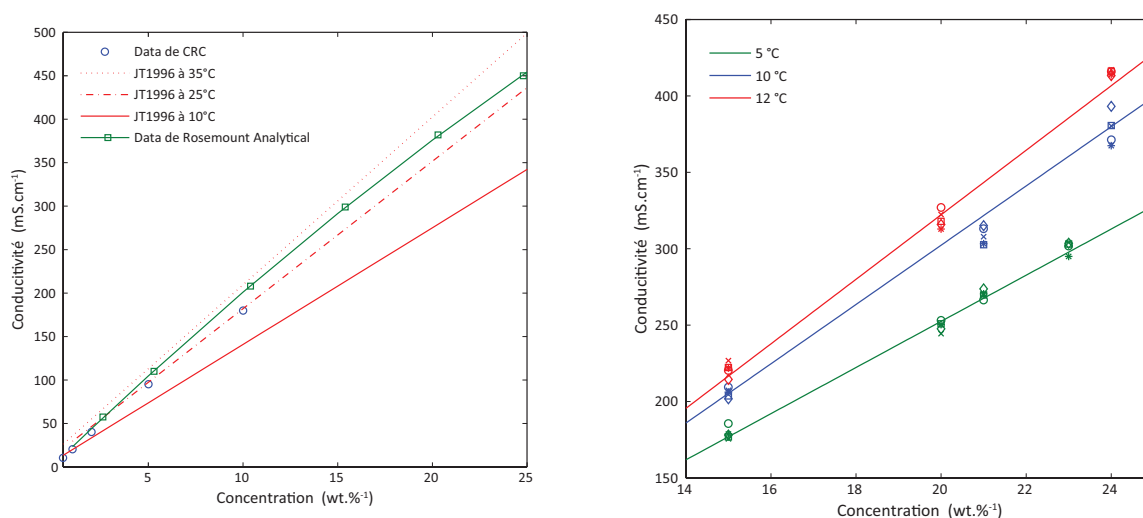


FIGURE 2.10 – A gauche, la conductivité en fonction de la concentration en NH_4Cl . En rouge, l'équation (2.8) à 5, 25 et 35 °C. En bleu et vert, les données trouvées dans la littérature (Wolf, 1966; Weast, 1989). A droite, mes résultats obtenus à 5, 10 et 12 °C et entre 15, 24 et 25 wt %. Les différents symboles correspondent à chaque couple de fils de platine. Les lignes rouges, bleues et vertes représentent le meilleur fit.

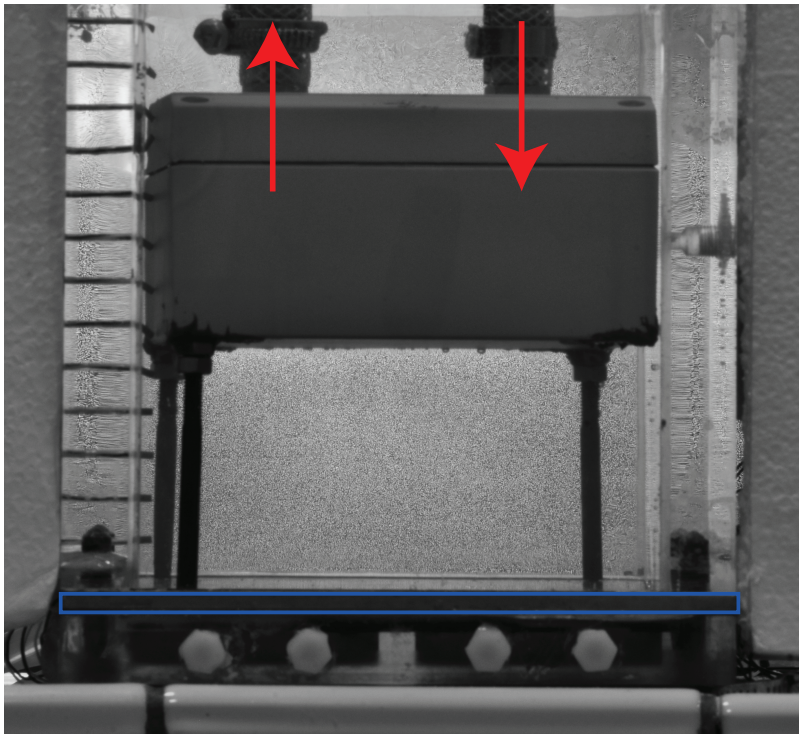


FIGURE 2.11 – Cuve en plexiglas refroidie par le bas à travers une plaque en cuivre nickelé et chauffée par le haut par une boîte traversée par un fluide. La température est mesurée par 15 sondes de températures PT100 sur toute la hauteur, et par 6 sondes dans la plaque en cuivre.

de mesurer la température de la plaque en cuivre. Des photographies ont été prises toutes les minutes pour observer l'évolution de l'épaisseur du mush et de la convection dans le liquide. Un fond non-uni permet de mieux voir la structure de la circulation dans le fluide.

2.3 Résultats des expériences de cristallisation

J'ai réalisé des expériences de solidification par refroidissement par le bas entre 1 g et 1300 g à partir d'une solution de chlorure d'ammonium à 30 wt % (Voir le tableau 2.1). La température initiale du liquide est située entre 40 et 50 °C, pour qu'aucun solide ne se forme pendant la mise en place du godet dans la centrifugeuse. Dans la plupart des expériences, la température imposée par le module Peltier est d'environ 5 °C. Le tableau 2.2 récapitule les caractéristiques d'une solution de chlorure

d'ammonium à 25 °C et d'environ 30 wt %.

RPM	Gravité (g)	Cristallisation	Fusion
0	1	x	x
250	13	x	x
300	19	x	
350	26	x	
600	76	x	
750	119	x	
800	136	x	x
1500	478	x	x
2500	1300*	x	

TABLE 2.1 – Récapitulatif des expériences de cristallisation et de fusion réalisées. La gravité est définie à la base de la cellule $R = 19$ cm. *L'expérience à 1300 g, nous a seulement permis d'observer post-mortem la zone dendritique à cause de problèmes techniques dans la mesure de la température et des ultrasons.

2.3.1 Évolution de la température

La température a été enregistrée par 5 sondes dans le liquide et une sonde à la surface du module Peltier. La figure 2.12 présente l'évolution des températures à différentes gravités, respectivement 13, 19, 26, 76, 119 et 478 g. La courbe rouge est la température du liquide en haut de la cellule. La courbe verte est la température en bas de la cellule, ce qui correspond au début à la température dans le liquide, puis rapidement à celle du mush. La courbe bleue est la température imposée par le module Peltier à la base de la cellule. Enfin, la courbe grise est la température de la centrifugeuse d'environ 5 °C. Les variations importantes de la température de la centrifugeuse sont assez bien atténuées par la régulation du module Peltier. Cependant, elles n'ont pas totalement disparu. Le temps pour atteindre la température finale de 5 °C est fonction de la puissance envoyée dans le module Peltier et de la vitesse de rotation. Pour des vitesses faibles (inférieures à 600 RPM), le flux extrait par le frottement de l'air au fond du godet n'est pas assez important pour mettre le module Peltier au maximum de ses capacités, nous avons donc réduit la tension maximale que pouvait gérer le régulateur PID. Il est intéressant de remarquer sur la courbe verte le petit changement de pente autour de 30 °C, et qui est provoqué par la croissance de la zone dendritique, alors que la température de solidification de notre solution

Quantité	Symbole	Valeur	Unité
Chaleur calorifique du liquide	C_{pl}	3504.8	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
Chaleur calorifique du solide	C_{ps}	1520	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
Conductivité thermique du liquide	k_l	0.54	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
Conductivité thermique du solide	k_s	2.2	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
Masse volumique du liquide	ρ_l	1050	kg m^{-3}
Masse volumique du solide	ρ_s	1500	kg m^{-3}
Diffusivité thermique du liquide	κ_l	$1.47 \cdot 10^{-7}$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
Diffusivité solutale du liquide	D	10^{-9}	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
Concentration initiale du liquide	c_0	30	wt %
Viscosité dynamique	ν	$0.93 \cdot 10^{-6}$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
Coefficient d'expansion solutale	β	$2.3 \cdot 10^{-3}$	wt % $^{-1}$
Coefficient d'expansion thermique	α	$3.1 \cdot 10^{-4}$	K^{-1}

TABLE 2.2 – Propriétés physiques d'une solution de chlorure d'ammonium à 25 °C et d'environ 30 wt %.

est de 34.57 °C. Il y a donc une surfusion du liquide au début de la cristallisation. De plus, la température dans le liquide est stratifiée dans la plupart des expériences avant le début de cristallisation car le refroidissement par le bas entraîne un champ de température stable. Après la cristallisation, la température semble devenir homogène puis dans un deuxième temps stratifiée à 13, 19, 26 et 119 g.

L'évolution de la température dans la cuve à 1 g montre clairement que le liquide est stable et stratifié thermiquement (Fig. 2.13a). L'écart de température y est d'environ 5 °C. L'écart de température dans la zone dendritique est très important (environ 13 °C à la fin de l'expérience où les sondes T_5 et T_6 y sont immergées. Des fluctuations de température sont observées dans le liquide entre 150 et 250 min. Elles sont à associer aux couches de convection double diffusive. La distance entre les sondes et l'épaisseur de ces couches est quasiment similaire ce qui peut expliquer l'absence de déphasage entre ces 3 courbes.

2.3.2 Mesures de la hauteur et de la fraction solide

Nous mesurons la hauteur moyenne du mush (Fig. 2.14). Cette hauteur diminue fortement avec la gravité due à la présence de la convection à l'intérieur de la zone dendritique qui est accentuée par la gravité.

Nous avons mesuré aussi la conductivité électrique dans deux expériences de soli-

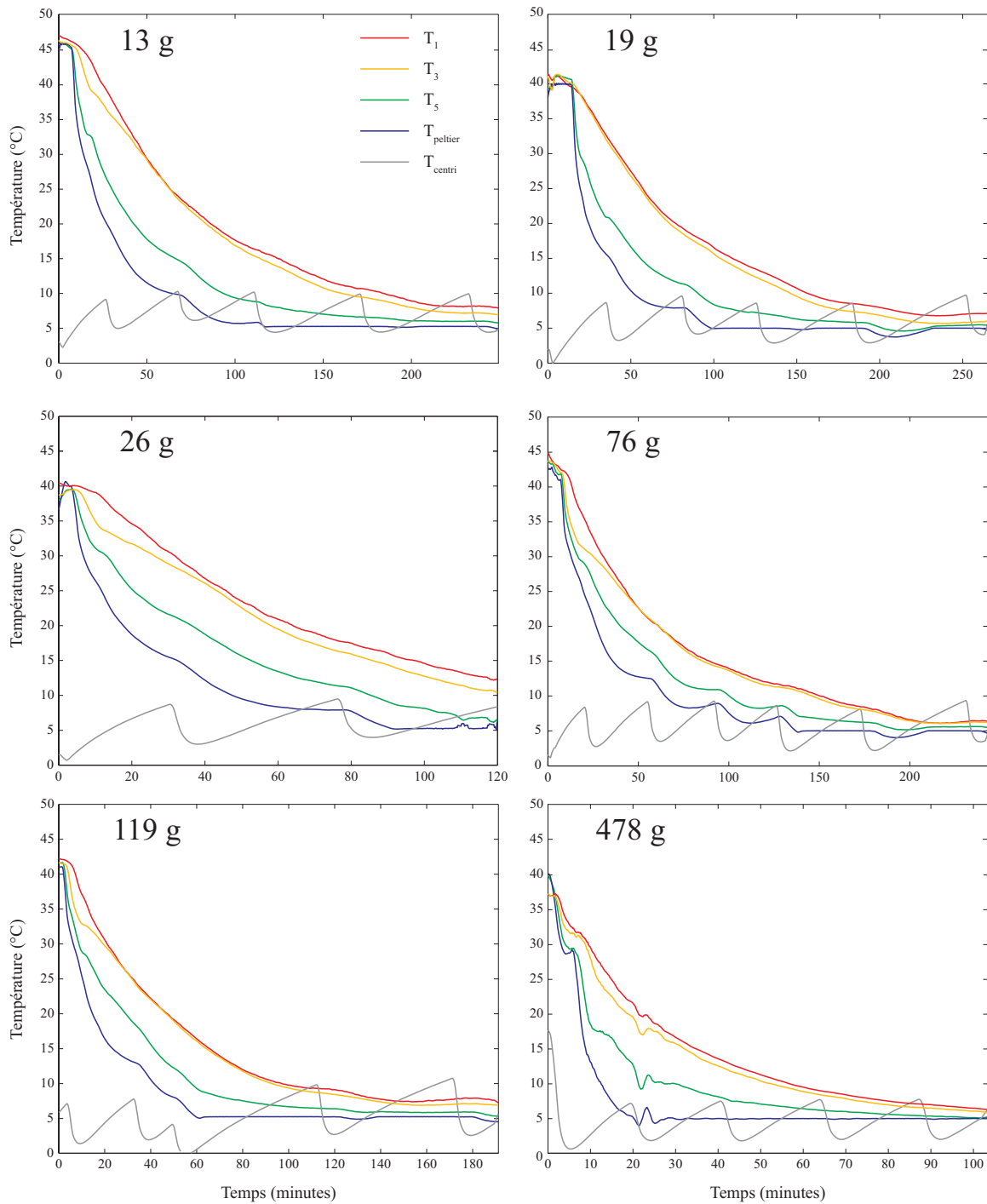


FIGURE 2.12 – Évolution de la température à différentes gravités dans la centrifugeuse.

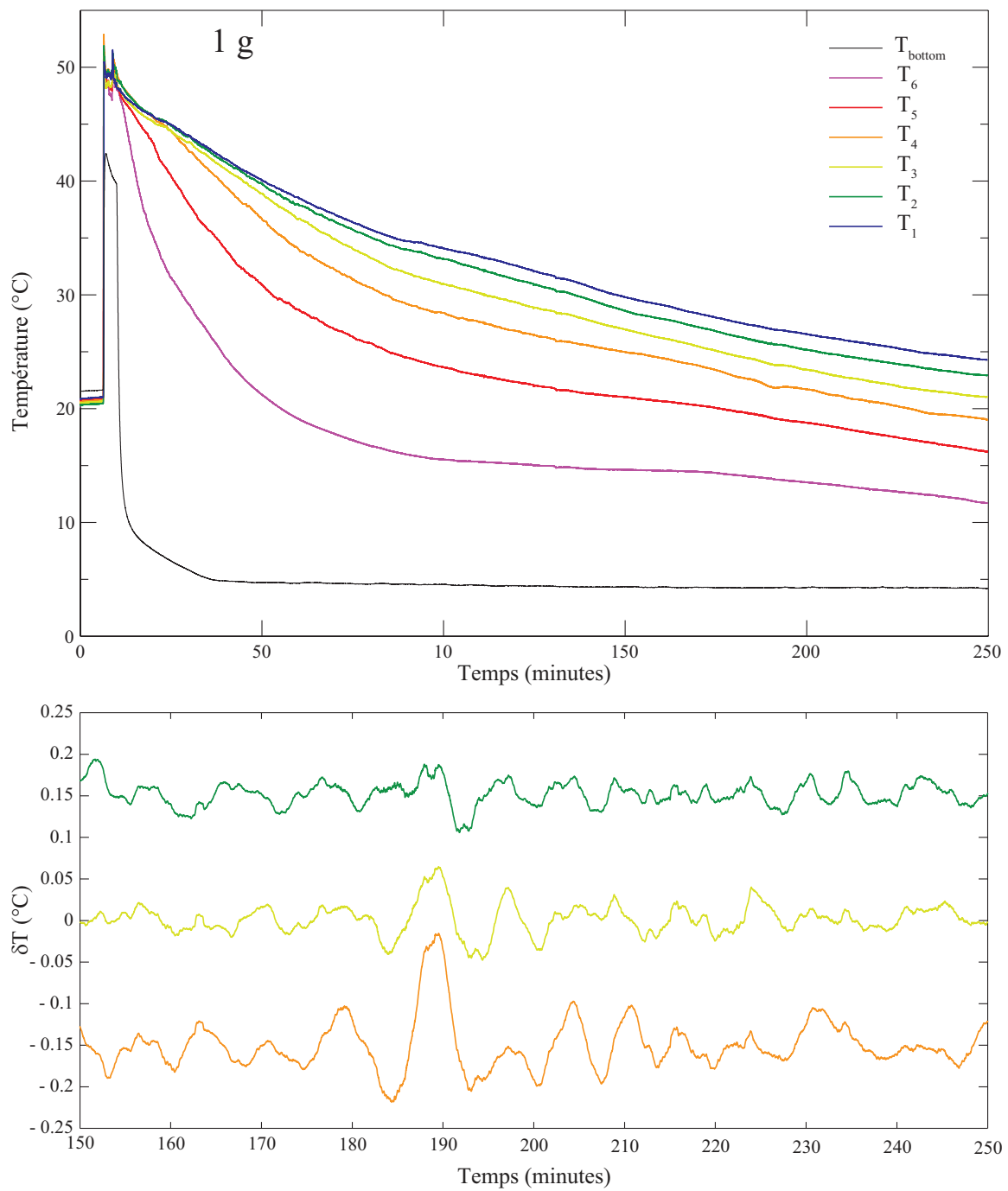


FIGURE 2.13 – Évolution de la température dans la cuve à 1 g. Les sondes T_1 à T_4 mesurent la température du liquide (Haut). Fluctuations de température dans liquide entre 150 et 250 min (Bas).

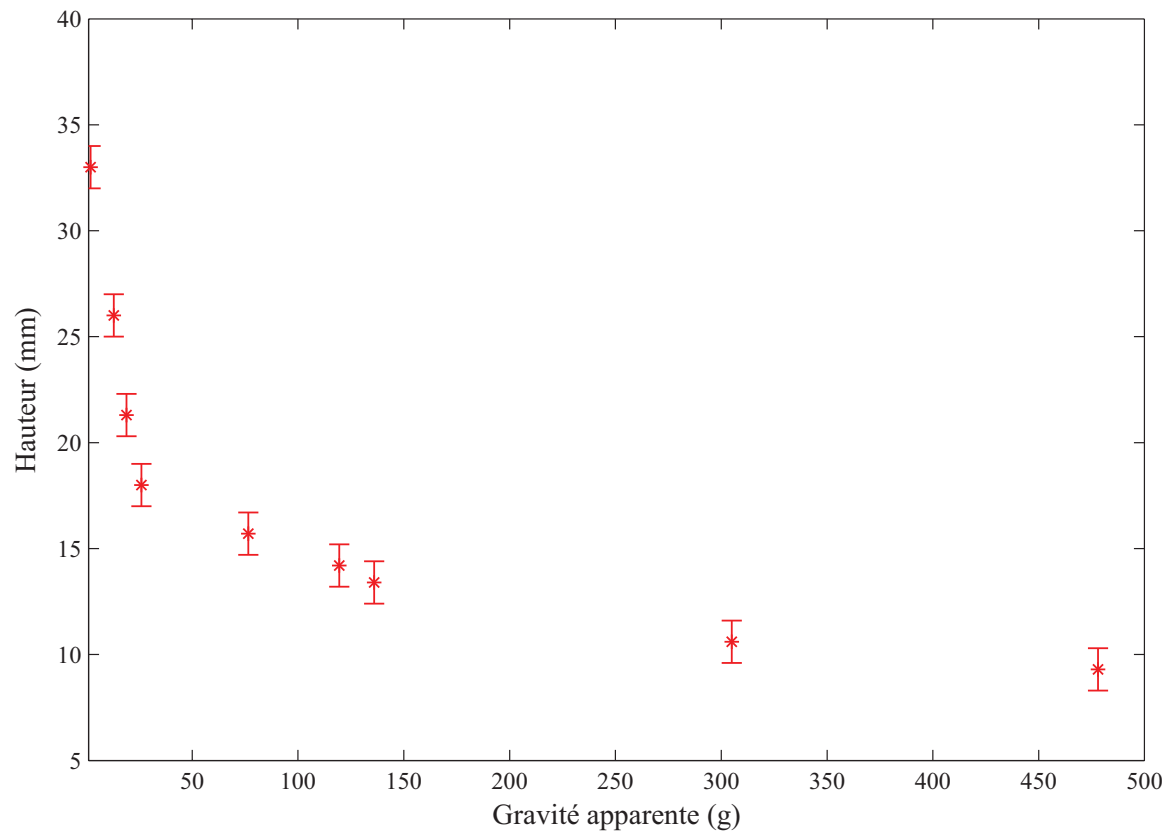


FIGURE 2.14 – Hauteur finale en fonction de la gravité. L'erreur est d'environ 1 mm

dification et de fusion à 13 g et nous avons calculé à partir de l'équation 2.7 la fraction solide ($1 - \Psi$). Dans ces deux expériences, seulement 3 couples de fils étaient plongés dans la zone dendritique. Nous supposons que la température est linéaire sur toute la hauteur du mush et que le liquide interstitiel est à l'équilibre thermodynamique ce qui permet de connaître la concentration à partir de la température grâce à l'équation 2.1. Dans l'expérience de solidification, la fraction solide diminue avec la hauteur, ce qui est en accord avec les expériences de Chen and Chen (1991) (Fig. 2.15). Le profil de fraction solide dans l'expérience de fusion est différent dans le haut de la zone dendritique par rapport à l'expérience de cristallisation. Lors de la fusion par le haut, le chlorure d'ammonium fondu forme un fluide dense qui peut tomber dans la zone dendritique et recristalliser juste dessous l'interface. Ainsi, la fraction solide est augmentée (Fig. 2.15). Ce processus de recristallisation a été aussi observé par Hallworth et al. (2004).

Il est aussi possible d'estimer la valeur de fraction solide moyenne. En supposant que tout le liquide soit à l'équilibre thermodynamique à la fin de l'expérience, nous estimons la quantité de NH_4Cl cristallisé. Alors la fraction solide s'écrit

$$\phi = \frac{\frac{M_{solide}}{\rho_s}}{V_{mush}} \quad (2.10)$$

où ρ_s est la densité du chlorure d'ammonium solide, M_{solide} est la masse de NH_4Cl introduit dans la cellule au départ et V_{mush} est le volume du mush, c'est à dire $V_{mush} = h \times 3.5 \text{ cm} \times 3.5 \text{ cm}$. La fraction solide augmente rapidement avec la gravité apparente (Fig. 2.16), ce qui peut être dû à l'augmentation du forçage convectif au-dessus ou dans la zone dendritique. Nous essayons d'ajuster une loi de puissance à cette évolution, alors $\phi \propto 6.36g^{0.3}$. Cependant, cette loi n'est basée sur aucun argument théorique, et est valable uniquement à des faibles gravités car la fraction solide ne peut pas être supérieure à 100%.

2.3.3 Analyse post-mortem du mush

Nous avons utilisé un appareil photo avec un objectif macro et une loupe binoculaire équipée d'une caméra pour prendre des images de la surface de la zone dendritique une fois sortie de la cellule. Pour étudier l'intérieur du mush, nous avons réalisé des coupes transversales ou horizontales. La zone dendritique est très molle car la fraction solide est petite pour les faibles gravités. Elle est nettement plus compacte à des gravités supérieures à 100 g.

L'observation post-mortem permet aussi de détecter la présence ou non de cheminées, ce qui indique la présence de convection dans la zone dendritique (Fig. 2.17).

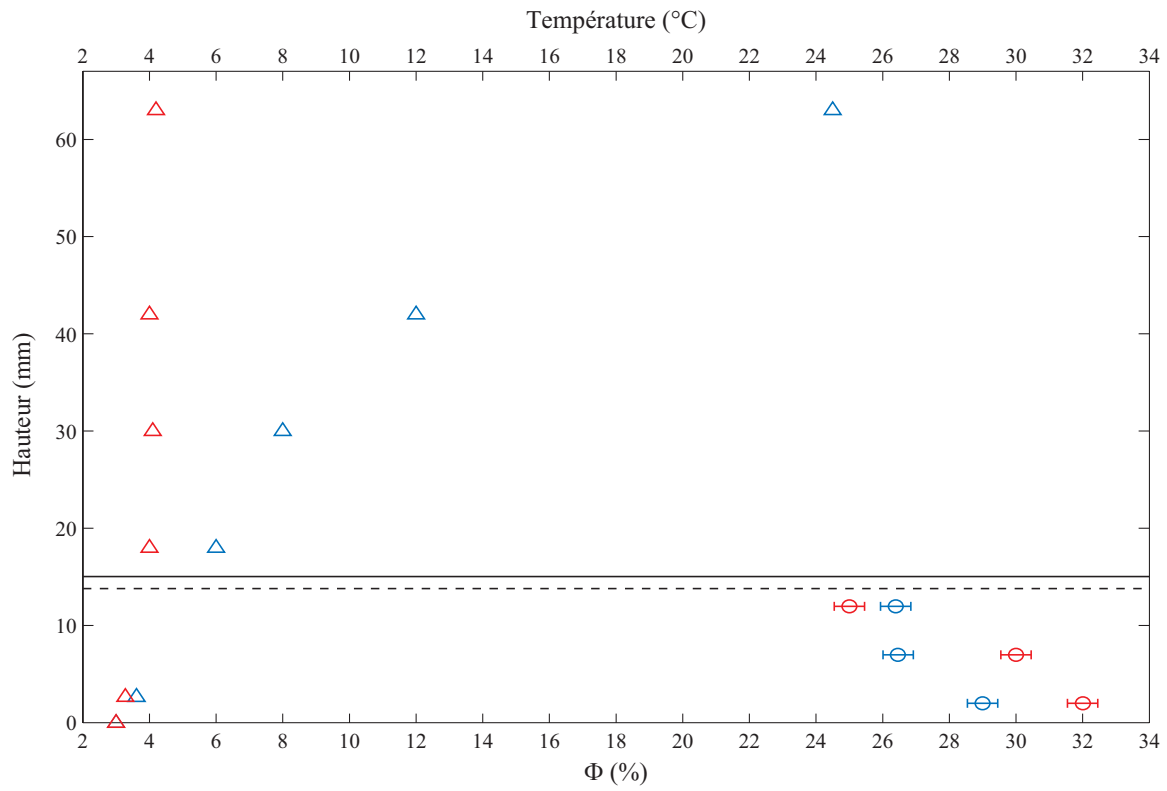


FIGURE 2.15 – Profil de fraction solide (rond) et de température (triangle) à la fin des expériences de solidification (rouge) et de fusion (bleu) à 13 g. La hauteur de la zone dendritique est marquée par la ligne noire pleine (solidification) et la ligne pointillée (fusion).

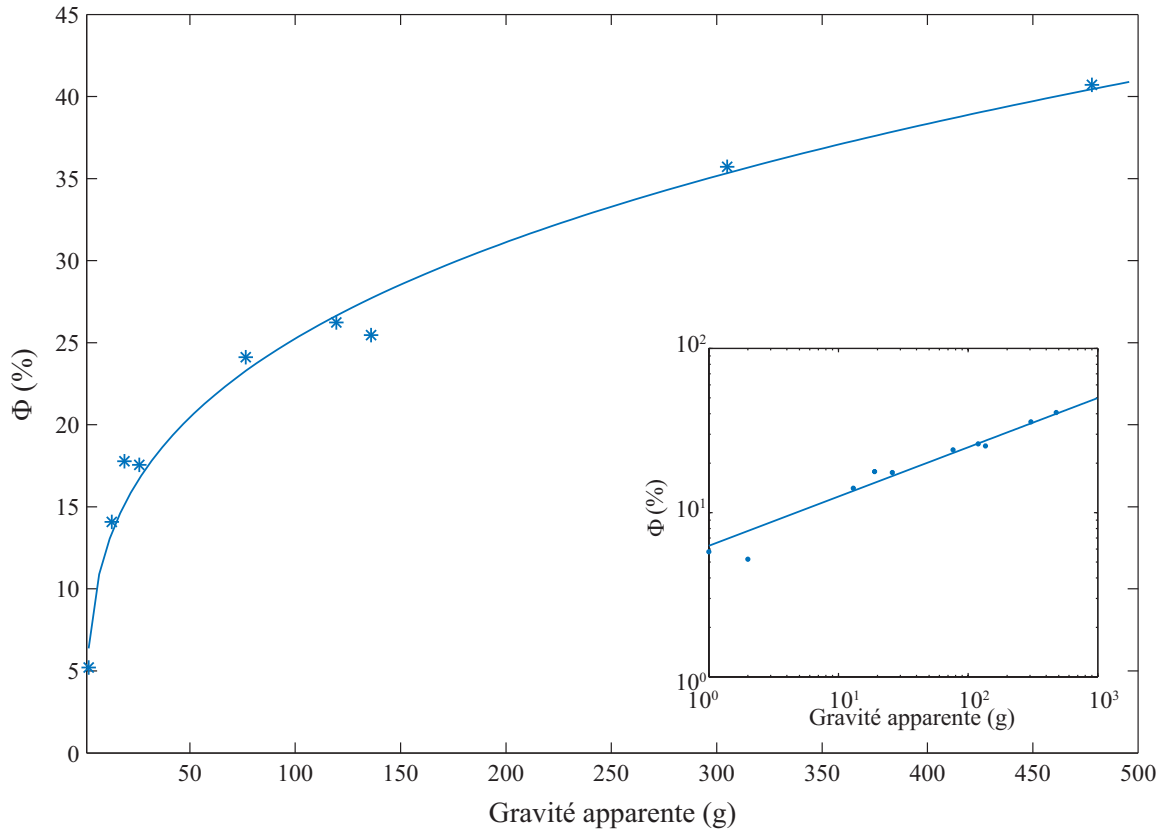


FIGURE 2.16 – Fraction solide ϕ dans la zone dendritique en fonction de la gravité apparente estimée à partir de sa hauteur. En bas à droite, la fraction solide en fonction de la gravité représentée dans un diagramme log-log. La ligne bleue est le meilleur ajustement d'une loi de puissance.

g	λ (μm)	Ecart-type (μm)
1	300	-
13	330	50
119	200	30
306	130	20

TABLE 2.3 – L’espacement interdendritique en fonction de la gravité apparente

Les cheminées apparaissent dans toutes les expériences sur le côté, le long des parois à des faibles gravités. Dans les expériences à très fortes gravités, les cheminées sont aussi présentes au milieu de la zone dendritique. Leur nombre varie entre deux et une dizaine, mais nous n’avons pas vu de corrélation entre leur nombre et l’augmentation de la gravité apparente. Les cheminées forment des cônes à la surface de la zone dendritique en réaction au liquide plus froid qui remonte à travers elles. La structure de la zone dendritique est très complexe. Les dendrites principales sont des petits cristaux longiformes. Les dendrites secondaires se forment perpendiculairement sur les cristaux principaux. Les dendrites se regroupent sous la forme de grains qui ont des orientations préférentielles différentes (Fig. 2.18). La taille de ces grains est millimétrique.

Nous avons mesuré l’espacement interdendritique sur les images prises sous la loupe binoculaire avec un grossissement situé entre 20 et 100 fois. L’espacement interdendritique entre les dendrites principales s’exprime comme une fonction de la vitesse de cristallisation du gradient de température et de la composition du liquide. Hunt (1979) a proposé un modèle théorique

$$\lambda = 2.83 [\Gamma(k-1)DG]^{0.25} C_0^{0.25} V^{-0.25} G^{-0.5} \quad (2.11)$$

où G est le coefficient de Gibbs-Thomson, Γ est la pente du liquidus, k est le coefficient de partage, D est la diffusivité chimique du liquide, C_0 est la concentration du liquide, V est la vitesse du front de cristallisation et G est le gradient de température devant ce front. D’autres études expriment cet espacement interdendritique mais les différences restent petites (Kurz and Fisher, 1981; Trivedi, 1984; Hunt and Lu, 1996).

A partir des photographies de coupe verticale, il est possible d’estimer l’espacement interdendritique. Le tableau 2.3 présente les résultats obtenus. Ils montrent une diminution de l’espacement interdendritique avec l’augmentation de la gravité (Fig. 2.19). Plusieurs études montrent qu’une convection plus vigoureuse générée par une gravité apparente plus élevée ou par un champ magnétique dans le liquide interstitiel diminue l’espacement (Battaile et al., 1994; Lehmann et al., 1998; Chen et al., 2003;

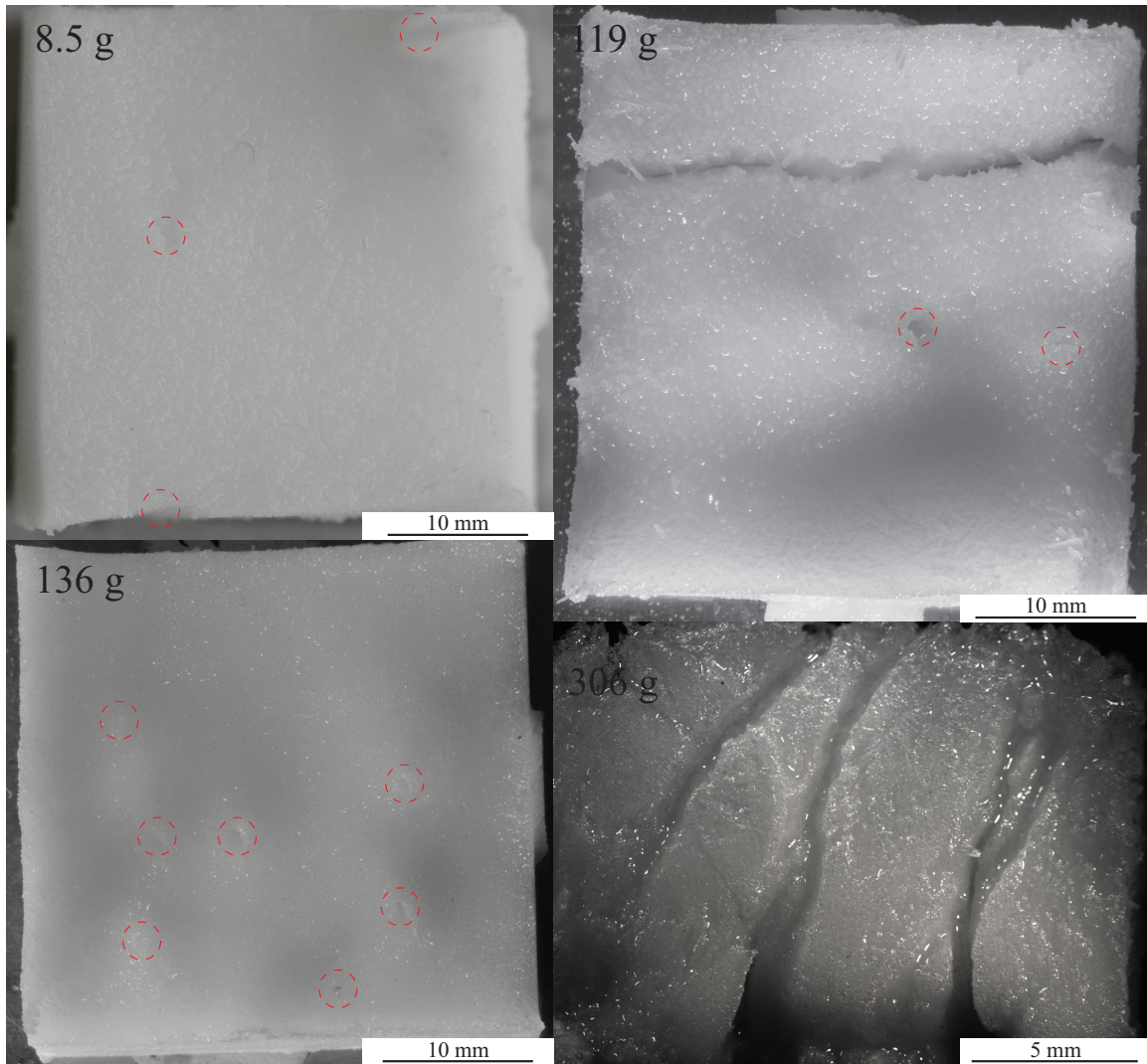


FIGURE 2.17 – Photographie des zones dendritiques à différentes gravités. Les ronds rouges tiretés marquent la présence de cheminées dans la matrice ou sur le côté. En bas à droite, zoom sur les cheminées présentes sur le côté le long des parois.

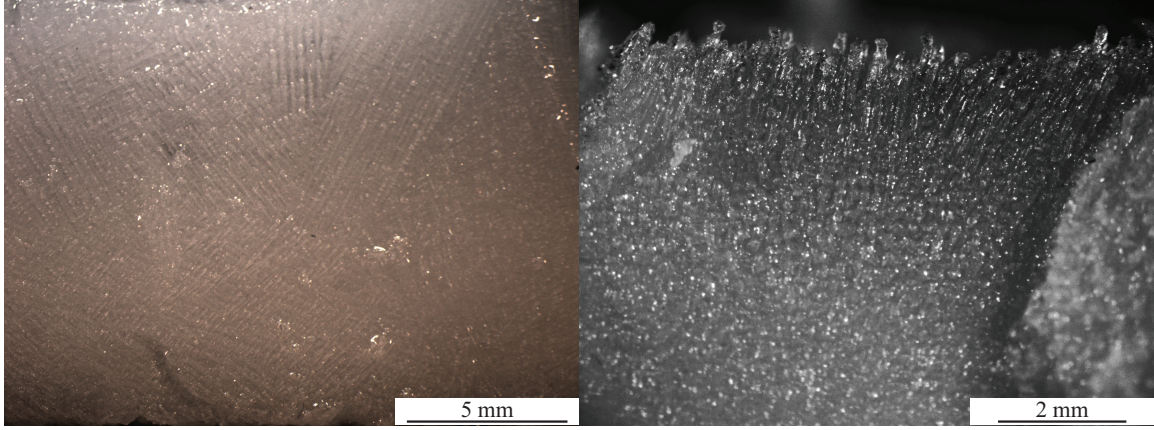


FIGURE 2.18 – A gauche, vue sur le côté de la zone dendritique. Plusieurs ensembles de dendrites orientés de manière différente forment des grains. A droite, un zoom sur l'interface mush/liquide.

Tewari and Tiwari, 2003; Spinelli et al., 2005, 2006; Diepers and Steinbach, 2006). Cependant, dans nos expériences le gradient de température et la vitesse du front de solidification ne sont pas imposés et peuvent changer légèrement, ce qui peut influencer l'espacement interdendritique. Tandis que les études précédemment citées utilisent pour la plupart un four de Bridgman qui permet d'imposer la vitesse et le gradient de température. Dans la figure 2.19, nous comparons nos résultats à l'équation analytique obtenue par Diepers and Steinbach (2006) et par Lehmann et al. (1998) en supposant que la perméabilité ne change pas avec la gravité.

Il est possible de calculer l'espacement dendritique basé sur le nombre de Rayleigh dans la zone dendritique en supposant qu'il reste proche du nombre de Rayleigh critique. L'espacement primaire s'écrit alors

$$\lambda = 2\sqrt{\frac{Ra_c \kappa \nu}{\beta^* \Delta c \Pi_0 h g}} \quad (2.12)$$

où $Ra_c = 25$ est le nombre de Rayleigh critique (Tait and Jaupart, 1992), κ la diffusivité thermique dans le liquide, ν la viscosité cinématique du liquide, $\beta^* = \beta - \Gamma\alpha$ le coefficient d'expansion résultant du changement de température et de composition Δc l'écart de concentration en chlorure d'ammonium H la hauteur du mush et Π_0 la perméabilité. La perméabilité adimensionalisée est définie par l'équation de Tait and Jaupart (1992)

$$\Pi_0 = \frac{1}{8} (-2\ln\phi - \phi^2 + 4\phi - 3) \quad (2.13)$$

Les résultats sont très dispersés mais ils semblent être plus en accord avec la théorie pour des gravités inférieures à 150 g (Fig. 2.19). A très forte gravité, le nombre de Rayleigh semble être sous critique. Cependant, ces estimations sont basées sur la hauteur et la fraction solide finales alors que nous n'avons aucune information sur la présence ou non de convection à la fin des expériences. De plus, le ΔC déterminé à partir du profil de température, est difficile à estimer. Enfin à partir de l'équation (2.12) et en supposant que h tend vers une constante quand g tend vers l'infini, il est possible d'écrire

$$\lambda \propto \Pi_0^{-0.5} g^{-0.5} \quad (2.14)$$

De plus, nous calculons la perméabilité Π_0 à partir des données expérimentales de la fraction solide (Fig. 2.16). En déterminant la meilleure loi de puissance $\Pi_0 \propto g^a$, nous trouvons $a = -0.4$. En injectant notre loi de puissance dans l'équation (2.14), nous déterminons que l'espacement interdendritique λ est proportionnel à $g^{-0.3}$.

Dans la cuve transparente et à 1 g, il est possible de suivre en continu l'évolution de la convection dans le liquide. J'ai pris des images toutes les minutes à travers la cuve. Un fond avec un motif aléatoire est fixé sur un rétro-éclairage, ce qui permet de mieux détecter l'écoulement. De plus, un traitement de l'image a été nécessaire pour mieux visualiser la convection (Fig. 2.20). Nous avons également essayé de réaliser de l'ombroscopie mais le rétro-éclairage n'était pas assez puissant pour visualiser correctement l'écoulement. Au début, nous observons la convection de couche limite au-dessus du front de solidification qui est due à la déstabilisation de la couche limite solutale. Au-dessus de la hauteur critique, la convection interne se met en place et des cheminées se forment. Enfin, la convection interne devient plus vigoureuse et le nombre de cheminées augmente. Des structures horizontales apparaissent qui pourraient être dues à la convection double-diffusive dans le liquide très stratifié thermiquement. Elles sont aussi observées dans le même type de cellule par Chen (1997). Leur existence est possible quand les gradients de concentration et de température sont respectivement négatif et positif et quand la hauteur de la cellule est inférieure à 20 cm (Chen, 1997).

2.3.4 Mesures d'ultrasons comme analogie à la sismologie

Dans cette sous-partie, nous analysons les signaux ultrasonores enregistrés à différentes gravités. Ces signaux envoyés sont des sweeps linéaires entre 1 et 6 MHz et ont une durée de 0.75 ms. La cross-corrélation du signal envoyé avec celui enregistré est équivalente à l'envoi d'un Dirac et de l'enregistrement de sa réponse. L'avantage du sweep est qu'il est beaucoup plus énergétique qu'un simple Dirac et qu'il est moins

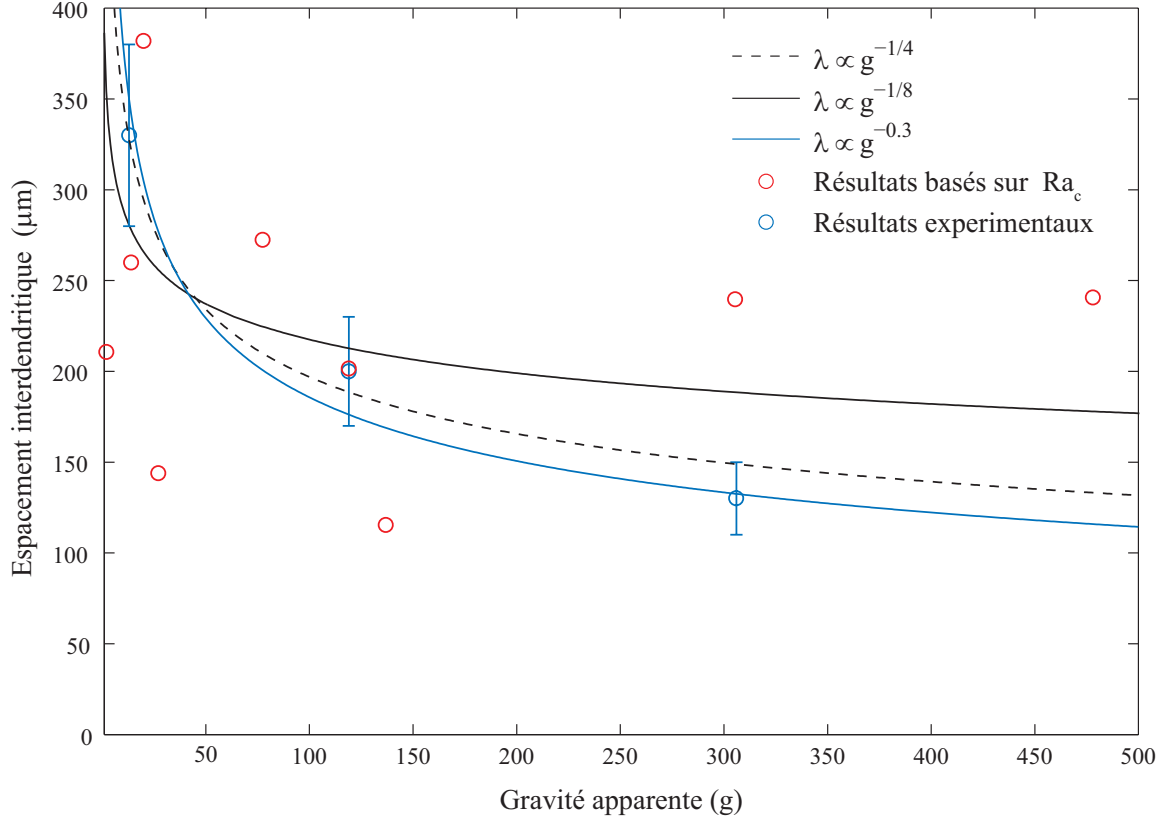


FIGURE 2.19 – Espacement interdendritique en fonction de la gravité apparente. Les cercles bleus représentent les résultats expérimentaux. Les cercles rouges sont l'espacement interdendritique basé sur le Rayleigh critique. La ligne noire et la ligne tiretée sont respectivement le meilleur ajustement de la solution analytique $\lambda \propto g^{-1/8}$ (Diepers and Steinbach, 2006) et $\lambda \propto g^{-1/4}$ (Lehmann et al., 1998). La ligne bleue est basée sur les équations (2.13) et (2.12).

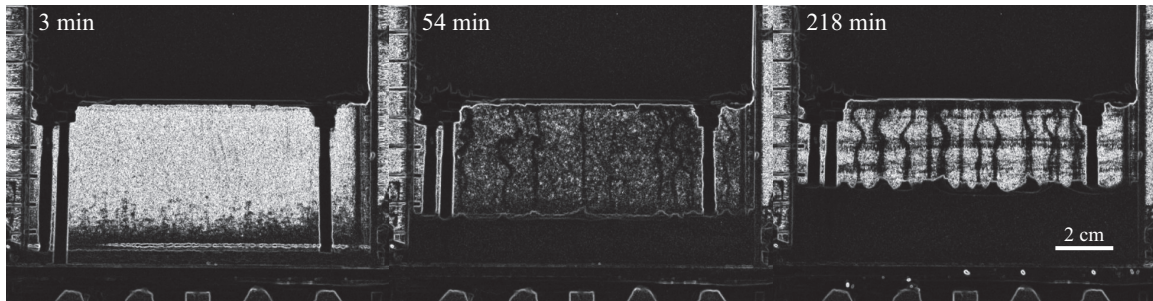


FIGURE 2.20 – Photographie de l'évolution de la convection dans le liquide au-dessus de la zone dendritique à 3, 54, 218 min. L'expérience a été réalisée à 1 g.

sensible au bruit à cause de sa longue durée. La figure 2.21 présente les 3 signaux cross-corrélés typiques dans une expérience. Ils correspondent respectivement aux signaux enregistrés à travers la zone dendritique (a), à travers le liquide (c) et à la réflexion à sa surface (b). A travers la zone dendritique le signal semble très atténué. La coda observée dans le signal (b) est produite par la diffraction dans l'intérieur de la zone dendritique. Par la suite, nous utilisons ces signaux pour mesurer la vitesse dans le liquide, la hauteur de la zone dendritique et pour quantifier l'atténuation ou la diffraction.

2.3.4.1 Hauteur du mush

La mesure de la hauteur de la zone dendritique au cours de la solidification se fait par les ondes envoyées verticalement qui se réfléchissent sur le haut de cette zone, et qui permettent, grâce à la vitesse mesurée dans le liquide avec la paire de sondes transverses, de convertir ce temps d'arrivée en une mesure de hauteur. La vitesse dans le liquide est considérée comme homogène sur toute la hauteur du liquide. Mais cette vitesse varie entre 1710 m s^{-1} et 1620 m s^{-1} car la température et la concentration du liquide évoluent. Il faut donc prendre en compte ce changement de vitesse au cours du temps de l'expérience. La première arrivée est assez difficile à détecter car la zone dendritique est une zone diffractante. Alors le signal renvoyé n'est pas un simple pulse mais un signal étalé en temps et en fréquence. Il est composé de la première réflexion au-dessus de la zone dendritique et d'une coda, qui contient les multiples diffractions au cœur du mush qui reviennent avec un temps de retard (Fig. 2.21b). La figure 2.22 présente l'évolution des signaux enregistrés par les sondes verticales dans une expérience de cristallisation. A $t = 0 \text{ min}$, la première arrivée d'ondes correspond au fond de la cellule. A $t = > 10 \text{ min}$, la solidification de la zone dendritique commence et

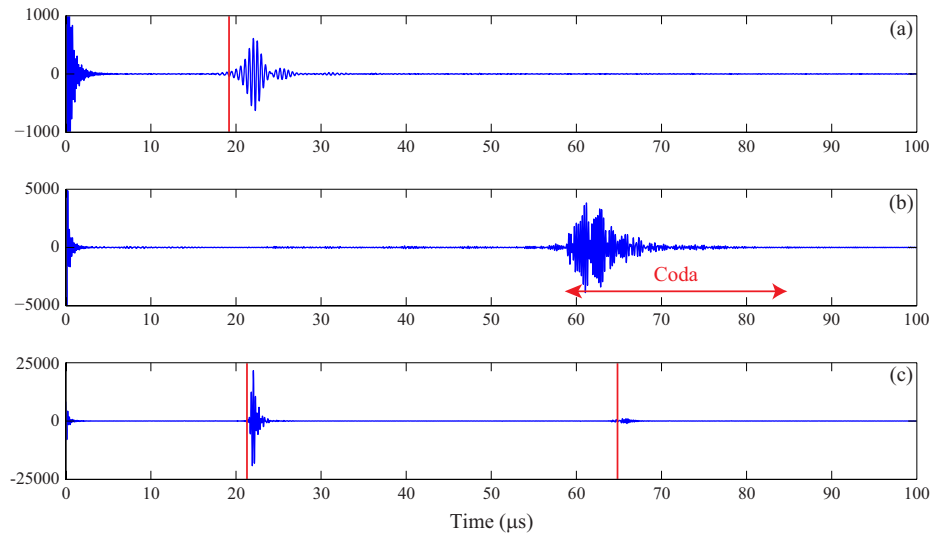


FIGURE 2.21 – Signaux d’ultrasons cross-corrélés de la paire de sonde transverse 1 (a), de la paire verticale (b) et de la paire transverse 2 (c) (voir la figure 2.5)

la première arrivée est due à la réflexion des ondes à sa surface. Nous remarquons que la réflexion sur le fond de la cellule est toujours visible jusqu’à $t = 50$ min. La longueur de la coda augmente avec le temps de l’expérience. La figure 2.23a présente l’évolution de la hauteur de la zone dendritique à différentes gravités. A 1 g, l’expérience est réalisée dans la grande cuve, et l’évolution de sa hauteur est mesurée par les différentes photographies prises toutes les minutes. L’évolution de la hauteur à 1 g est différente par rapport à celle à forte gravité. Cela peut s’expliquer par l’utilisation d’une cuve différente en terme d’extraction de la chaleur et d’isolation des parois. La hauteur diminue fortement avec la gravité, ce qu’on avait déjà observée post-mortem (Fig. 2.14). La hauteur mesurée grâce aux ultrasons sous-estime la hauteur du mush de quelques millimètres. La fraction solide étant faible à la surface, l’onde peut se réfléchir juste en dessous. De plus, la vitesse du son dans le liquide est peut être mal estimée. Quand la gravité augmente, cet écart semble diminuer ce qui pourrait être expliqué par une fraction solide plus forte et donc d’un meilleur contraste d’impédance.

2.3.4.2 Diffraction et coda dans la zone dendritique

Le signal arrivant après la première réflexion est complexe à analyser. J’ai réalisé une déconvolution itérative de chaque signal par le premier signal de réflexion. Au temps qui correspond au maximum de corrélation, je place un dirac. Puis le produit de déconvolution est soustrait au signal d’origine. Je recommence la même opération

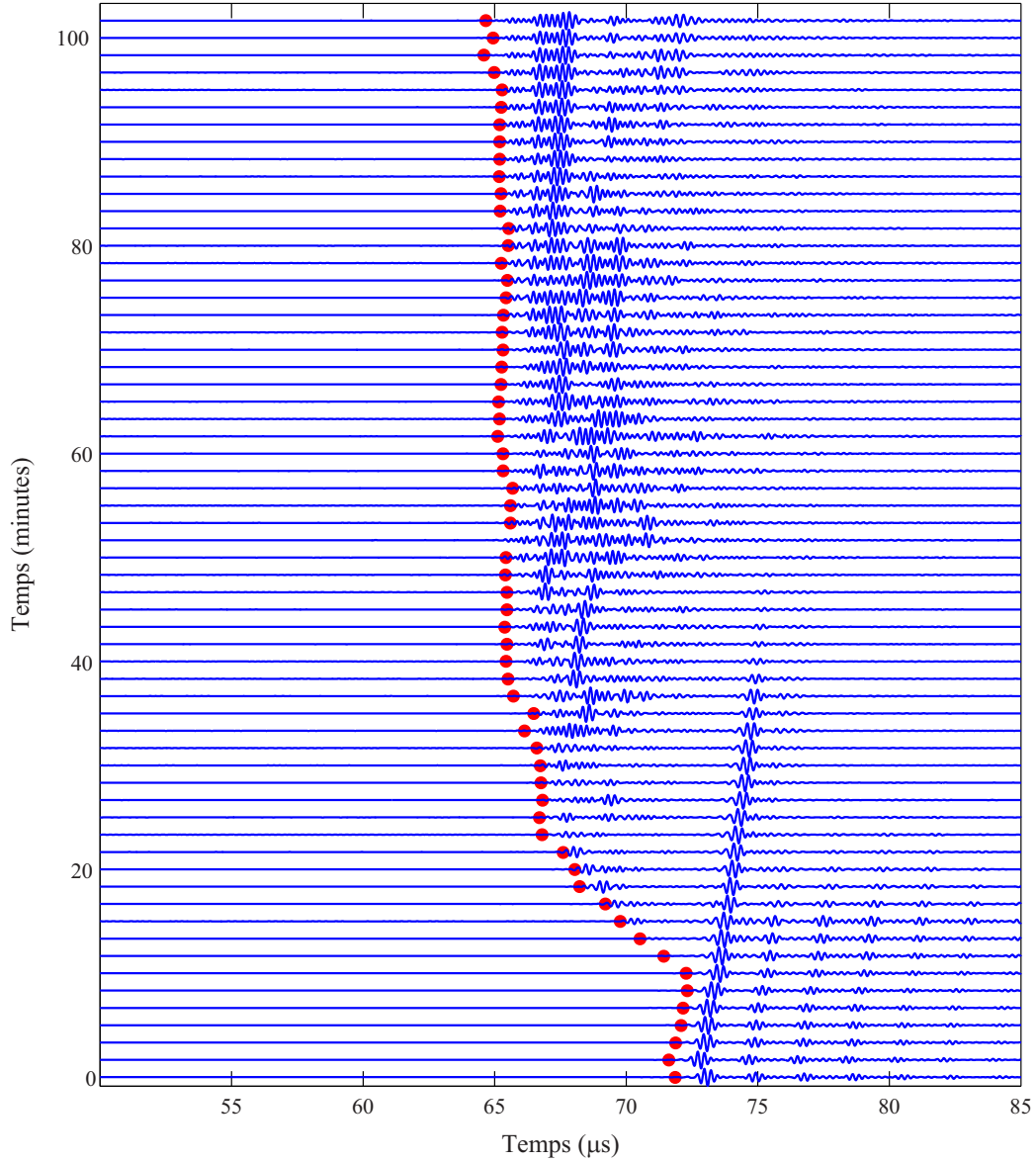


FIGURE 2.22 – Évolution des signaux enregistrés par les sondes verticales dans une expérience de cristallisation à 478 g. A $t = 0$ min, la première arrivée correspond au fond de la cellule. A partir de $t = 10$ min, la zone dendritique croît, et les ondes se réfléchissent à sa surface. Les points rouges correspondent au pointé réalisé qui détermine l'arrivée de la première onde réfléchie.

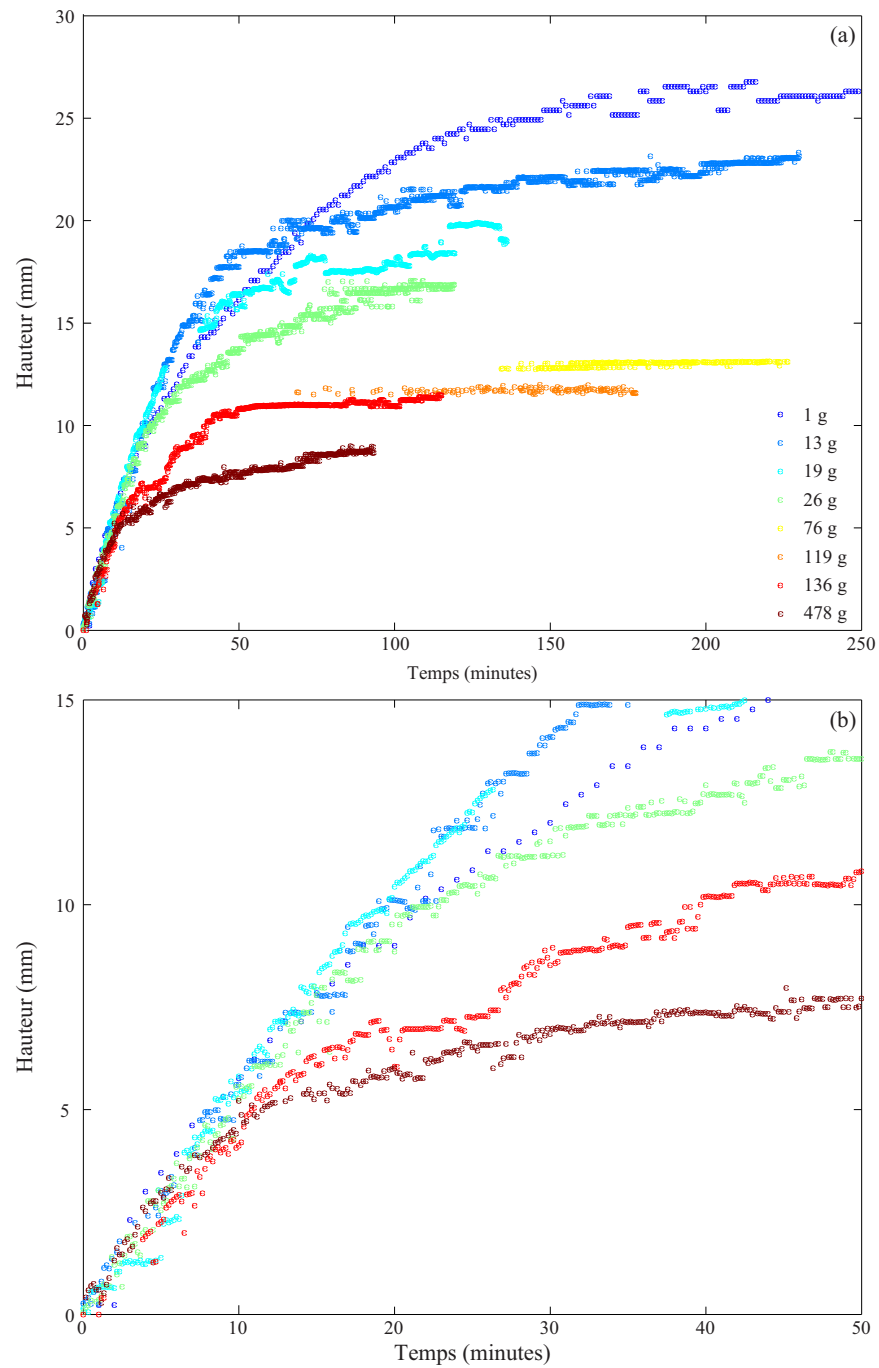


FIGURE 2.23 – Évolution de la hauteur de la zone dendritique détectée à partir des sondes verticales (a). Zoom sur le début de la croissance (b).

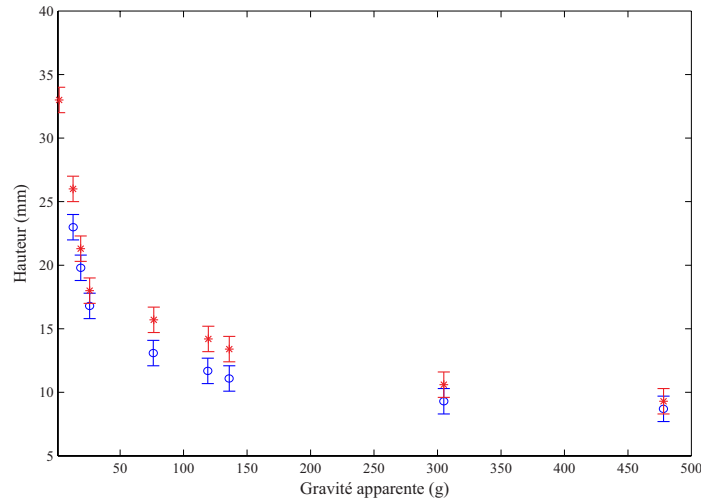


FIGURE 2.24 – Hauteur mesurée post-mortem (rouge) et la hauteur mesurée par les sondes ultrasonores (bleue) de la zone dendritique en fonction de la gravité apparente.

jusqu'à avoir placé 50 diracs. Le signal est alors convolué par une gaussienne. Pour visualiser l'évolution temporelle des signaux, j'ai choisi de remplir respectivement en noir et en rouge les amplitudes positives et négatives (Fig. 2.25). Sur les figures 2.25a et b, nous observons des arrivées qui se maintiennent dans le temps de l'expérience, avec parfois des changements de phase qui sont dus à la technique utilisée. En mesurant le temps entre ces différentes arrivées, il est possible d'obtenir une distance de 0.55 mm à 13 g et 0.46 mm à 478 g, ce qui est plus grand que la longueur typique entre les dendrites. Nous avons mesuré cette distance à différentes gravités mais aucune tendance en fonction de la gravité n'en est ressortie.

2.3.4.3 Atténuation dans la zone dendritique.

En sismologie, il existe deux types d'atténuation - intrinsèque et extrinsèque. L'atténuation extrinsèque est liée à la géométrie du milieu que l'onde traverse, c'est à dire aux réflexions, à la focalisation et défocalisation et la dispersion des ondes. Tandis que l'atténuation intrinsèque est due aux propriétés anélastiques des matériaux. Par exemple, elle peut transformer l'énergie d'une onde en chaleur. L'atténuation q s'écrit alors

$$q = \frac{1}{Q_{extrinseque}} + \frac{1}{Q_{intrinseque}} \quad (2.15)$$

où Q est le facteur de qualité décrivant l'atténuation d'un milieu. La longueur d'ondes de mes signaux est similaire à la taille des hétérogénéités du milieu : l'atténuation

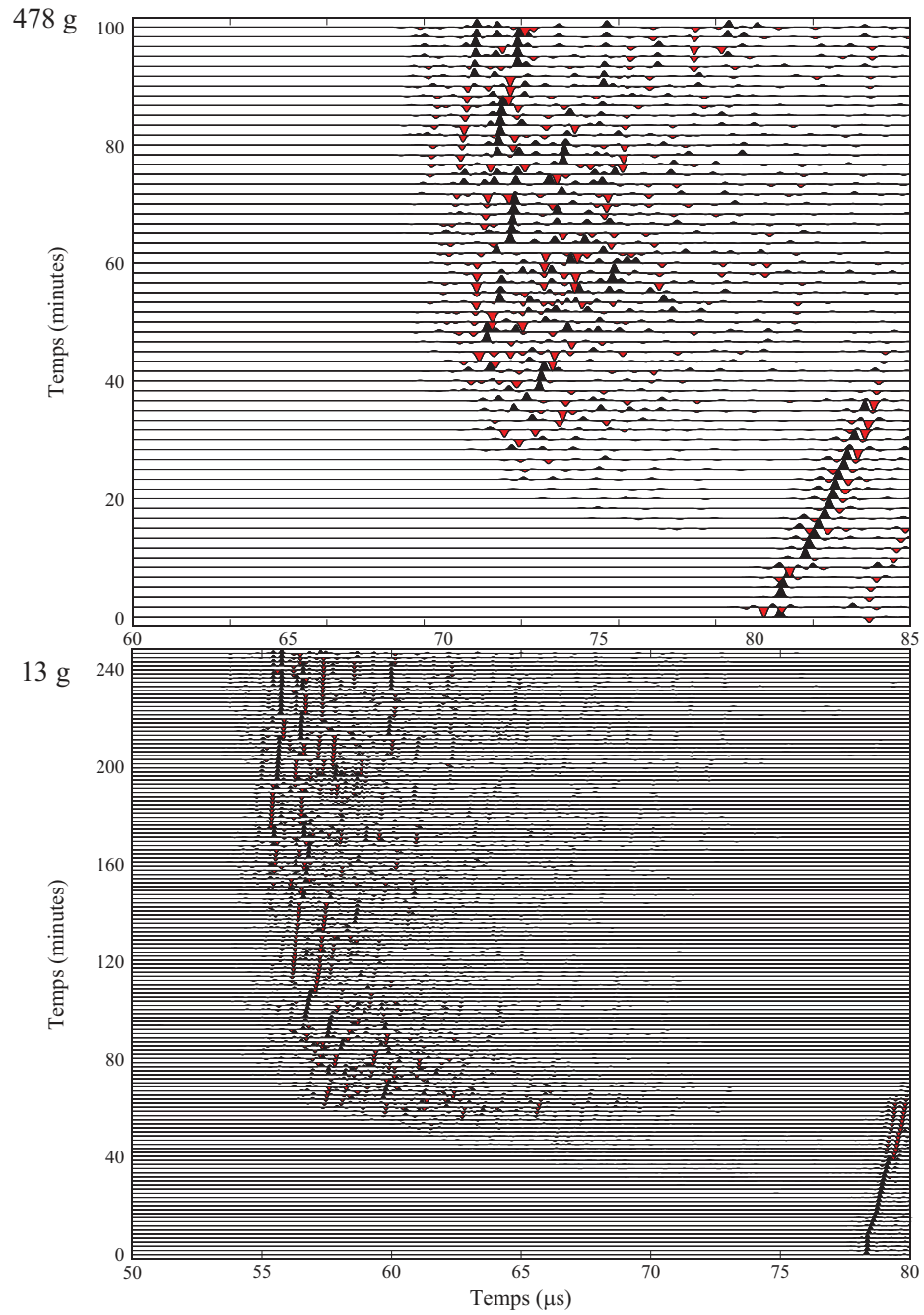


FIGURE 2.25 – Déconvolution itérative des signaux enregistrés par les sondes verticales dans une expérience de cristallisation à 13 et 478 g

extrinsèque sera donc très importante dans ce cas, et il sera possible de négliger l'atténuation intrinsèque. Pour mesurer l'atténuation de mes signaux ultrasonores, j'ai utilisé la méthode des rapports spectraux fréquemment utilisée en sismologie (Jordan and Sipkin, 1977; Sipkin and Jordan, 1980; Romanowicz and Mitchell, 2007). Dans notre cas, le but est de comparer dans le domaine fréquentiel, le spectre du signal traversant le liquide au spectre du signal traversant la zone dendritique. Le rapport des amplitudes s'écrit alors

$$\ln \left(\frac{A_m}{A_l} \right) = \frac{\pi x f}{c} \left(\frac{1}{Q_l} - \frac{1}{Q_m} \right) \quad (2.16)$$

où A_m et A_l sont respectivement les amplitudes du spectre du signal traversant la zone dendritique et le liquide, x est la distance du trajet, c est la vitesse de l'onde, f est la fréquence, et Q_l et Q_m sont respectivement le facteur de qualité du liquide et de la zone dendritique. Le spectre d'amplitude se fait sur une fenêtre de 2 μ s autour du maximum correspondant à l'arrivée de l'onde. Le choix de la taille de la fenêtre influence très peu la valeur de Q_l . Pour déterminer le facteur de qualité du liquide Q_l qui est supposé non atténuant, j'ai appliqué la méthode des rapports spectraux à la première et la deuxième arrivée de l'onde (ligne noire de la figure 2.26a). Q_l vaut entre 200 et 400, c'est à dire que le liquide est très peu atténuant (Fig. 2.26b). Dans la figure 2.26c, le rapport d'amplitude diminue quand la zone dendritique croît. A partir de 60 min, la sonde est entièrement plongée à l'intérieur du mush. Entre 3 et 6 MHz, le rapport devient constant en fonction du temps. Alors qu'entre 1.8 et 3 MHz, le rapport d'amplitude continue de diminuer avec la progression du mush. La figure 2.26d montre le facteur de qualité dans le mush en fonction de la fréquence. Le facteur de qualité mesuré dans la zone dendritique est d'environ 30, ce qui signifie que l'atténuation est très forte. Nous observons les mêmes tendances que dans la figure 2.26c. La figure 2.27 présente le facteur de qualité du mush à 5 fréquences différentes et pour 4 gravités différentes. La fréquence a été moyennée sur une bande de 0.4 MHz autour de la fréquence choisie. A 2.8, 4.4 et 5 MHz, le facteur de qualité est indépendant du temps et de la gravité. Il est possible que le signal soit inférieur à celui du bruit, ce qui empêcherait de mesurer le vrai facteur de qualité. Le facteur de qualité à ces fréquences est celui du bruit. A 2 et 2.4 MHz, le facteur de qualité diminue avec la gravité. La zone dendritique devient plus atténuante quand sa hauteur et sa fraction solide augmentent.

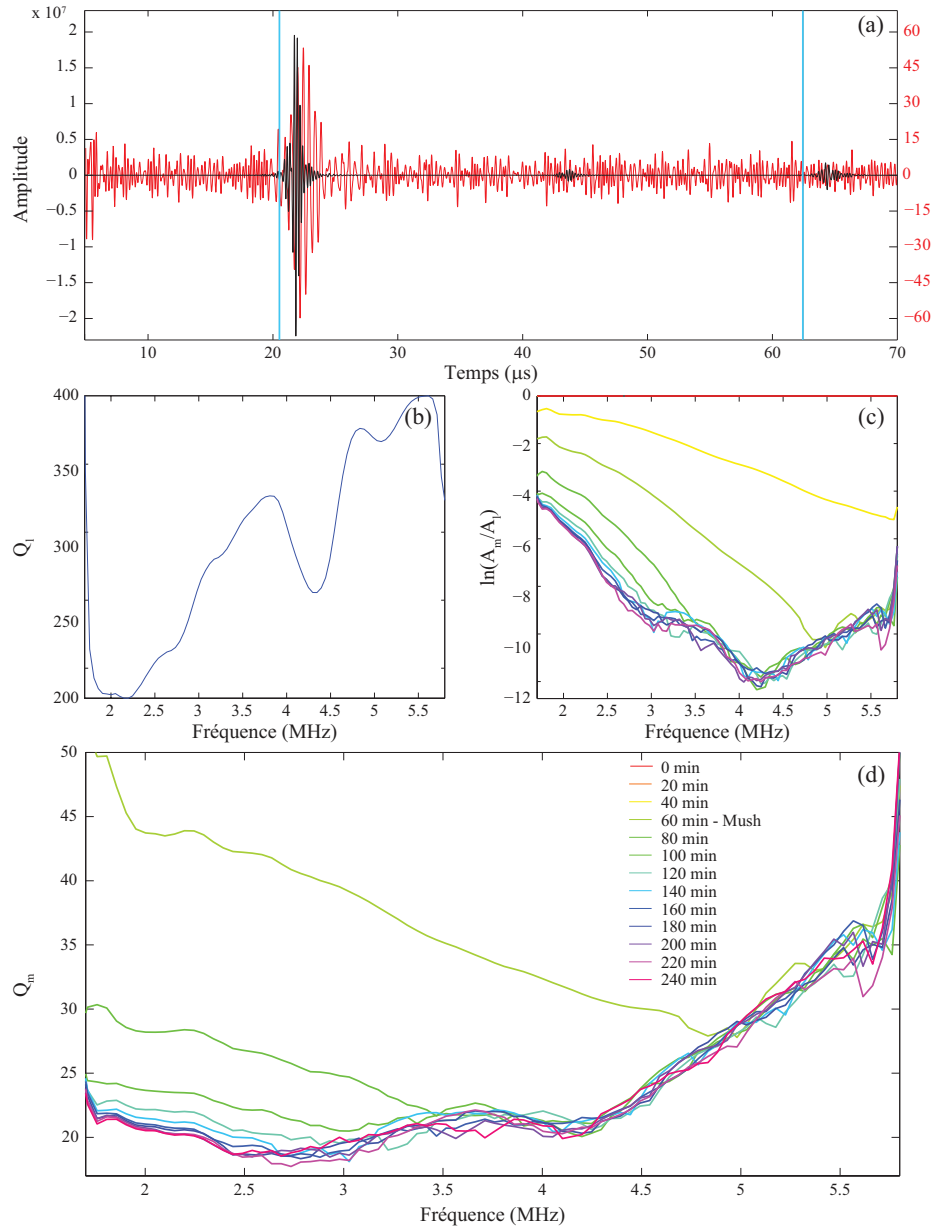


FIGURE 2.26 – (a) Signaux enregistrés par la sonde transversale dans le liquide (noir) et à travers la zone dendritique (rouge). Les lignes bleues correspondent au temps de la première et deuxième arrivée. (b) et (d) Facteur de qualité du liquide et du mush en fonction de la fréquence. (c) Rapport d'amplitude en fonction de la fréquence. Dans (c) et (d), les lignes de couleurs correspondent à un temps donné de l'expérience. A $t = 60$ min, le mush recouvre toute la hauteur de la sonde.

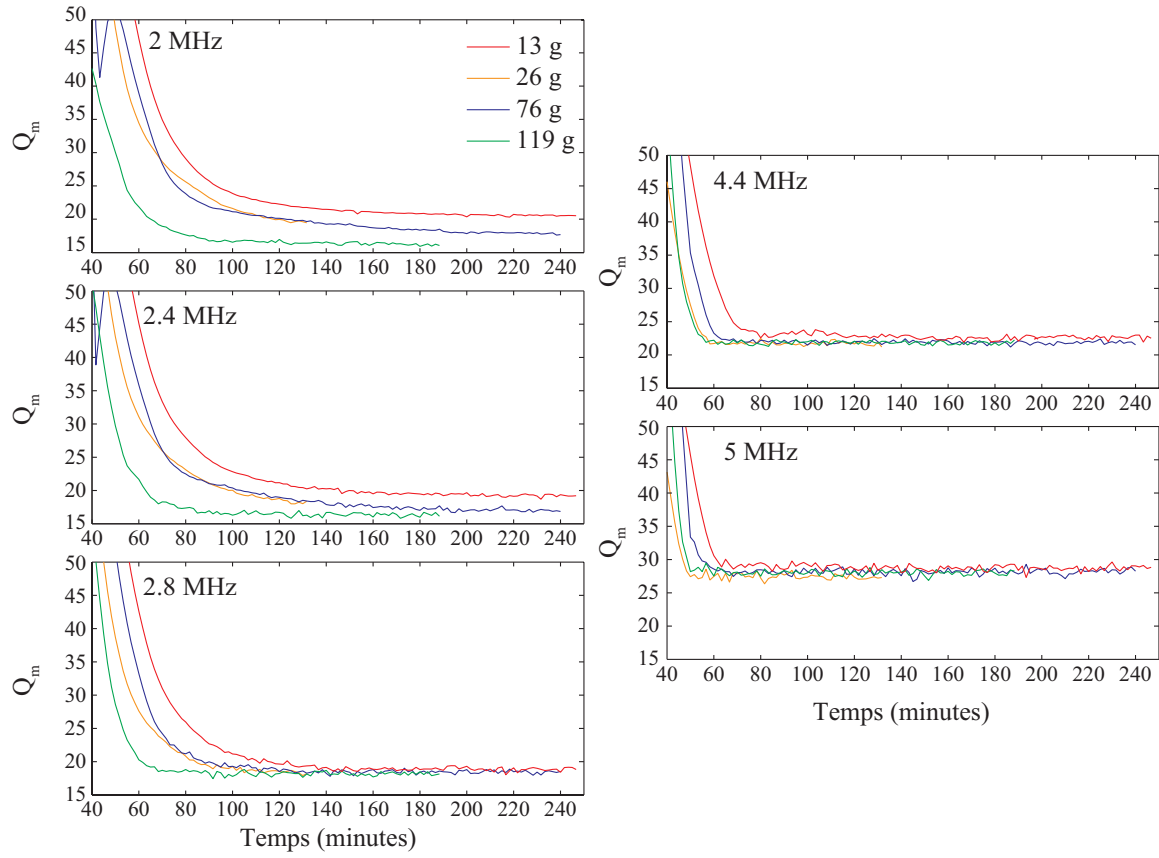


FIGURE 2.27 – Facteur de qualité Q_m à 2, 2.4, 2.8, 4.4 et 5 MHz et pour différentes gravités apparentes.

2.3.4.4 Atténuation de la coda

Nous utilisons l'interprétation sismologique des ondes de coda d'Aki and Chouet (1975) pour déterminer le facteur de qualité des codas enregistrées dans la zone dendritique Q_c . Ils observent que l'énergie dans la coda diminue de manière exponentielle avec le temps. Cette décroissance est exprimée par

$$E(f, t) = S(f)t^{-\alpha}e^{-\frac{2\pi ft}{Q_c}} \quad (2.17)$$

où E est le spectre de puissance, S est le terme de source et α est un coefficient positif. Dans le cas d'une diffraction simple dans un milieu semi-infini, α vaut 2. Ce terme permet de corriger l'atténuation géométrique de la coda (Aki and Chouet, 1975). Le facteur de qualité Q_c dépend de la diffraction et de l'absorption (Shapiro et al., 2000)

$$Q_c^{-1} = Q_{sc}^{-1} + Q_i^{-1} \quad (2.18)$$

avec Q_{sc}^{-1} et Q_i^{-1} qui sont respectivement les facteurs de qualité de diffraction et d'absorption.

Nous avons calculé le facteur de qualité de la coda des signaux enregistrés par les sondes verticales. Pour cela, il faut calculer la meilleure pente de l'équation $\ln(E(f, t)t^2)$ entre le début et la fin de la coda pour chaque fréquence (Fig. 2.28). Le début de la coda est déterminé par son maximum. J'ai utilisé une fenêtre d'environ 30 μ s.

Le facteur de qualité est estimé sur les signaux enregistrés à la fin des expériences quand la zone dendritique ne croît quasiment plus à différentes gravités. La médiane du facteur de qualité Q_c en fonction de la fréquence est représentée dans la figure 2.29. Le facteur de qualité de la coda augmente quasi linéairement avec la fréquence, c'est à dire que l'atténuation diminue avec la fréquence. La dépendance en fréquence du facteur de qualité s'écrit comme $Q_c \propto f^n$. En sismologie, n vaut 1 dans la plupart des mesures de coda (Sato et al., 2012). De plus, le facteur de qualité de la coda semble dépendre de la gravité, c'est à dire de la fraction solide, de la taille des grains ou de l'espacement interdendritique. Nous avons testé l'effet du choix de la taille de la fenêtre choisie entre 10 μ s et 40 μ s. L'augmentation de Q_c avec la fréquence est indépendante de la taille de cette fenêtre. Cependant, l'amplitude de Q_c en dépend fortement ce qui rend difficile d'interpréter ces résultats sans utiliser une méthode plus robuste pour calculer la décroissance énergétique de la coda.

La table 2.4 récapitule les différentes valeurs des facteurs de qualité Q_m et Q_c lors de la solidification à différentes gravités. A 2 MHz et 2.4 MHz, l'atténuation $1/Q_m$ augmente avec la gravité. L'atténuation mesurée par $1/Q_c$ semble aussi augmenter.

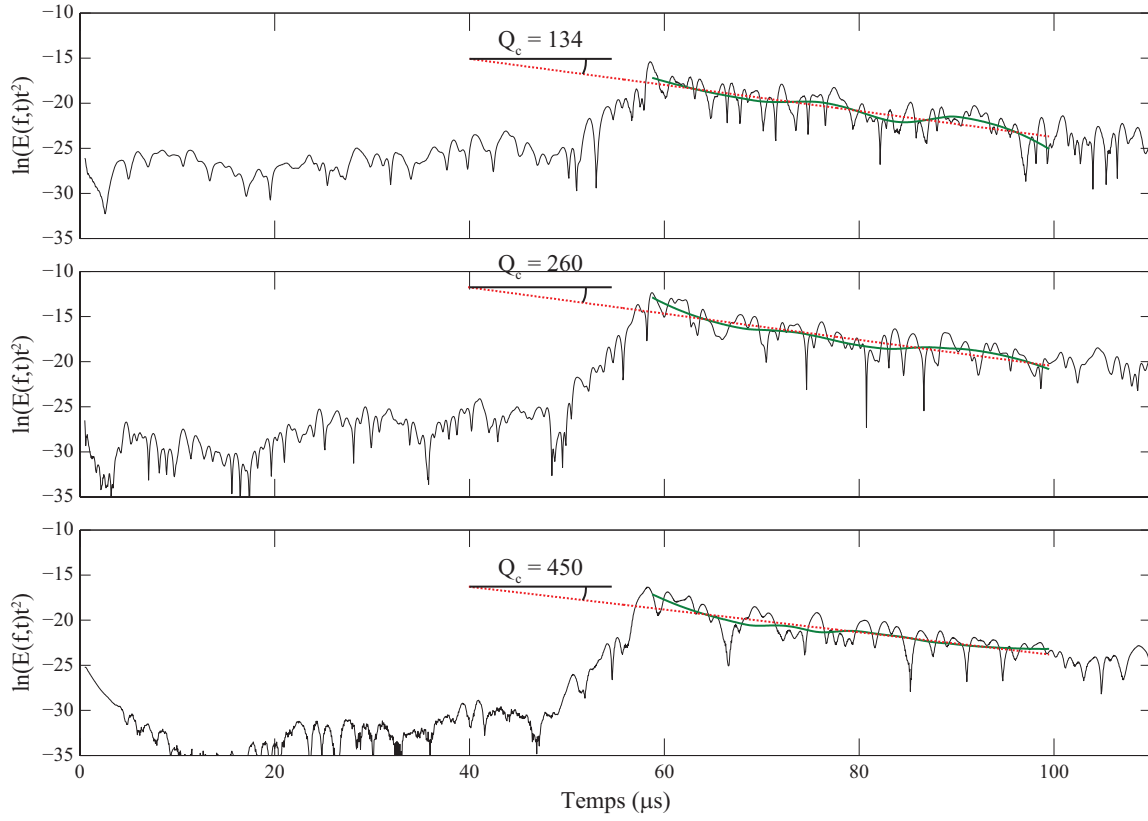


FIGURE 2.28 – $\ln(E(f,t)t^2)$ en fonction du temps à 2, 4 et 6 MHz (lignes noires). La meilleure droite (lignes pointillées rouges) est calculée à partir d'un smooth de la coda (lignes vertes). L'inverse de la pente nous donne directement un accès au facteur de qualité de la coda.

TABLE 2.4 – Récapitulatif du facteur de qualité Q_m et Q_c lors de la solidification à différentes gravités.

g	Q_m (2 MHz)	Q_m (2.4 MHz)	Q_c (2 MHz)	Q_c (4 MHz)
13	21	20,4	58	110
26	19,5	18	41	75
76	18.5	18.4	44	68
119	16.2	16	34	54
136	-	-	34	66
305	-	-	38	59
478	-	-	29	52

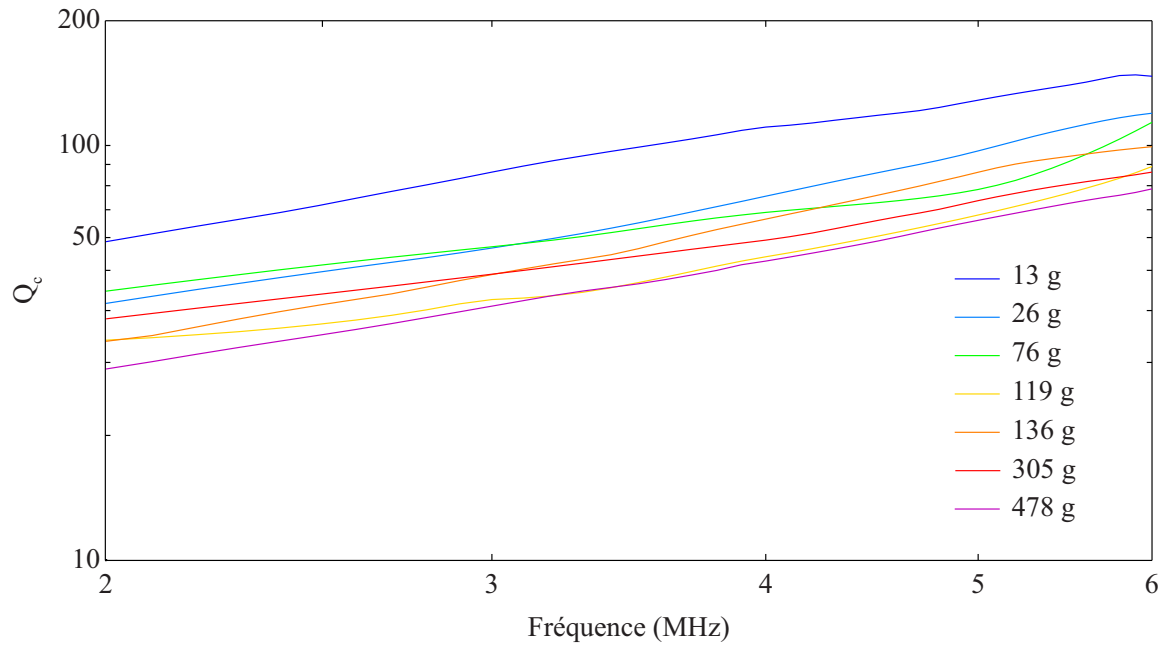


FIGURE 2.29 – Facteur de qualité de la coda en fonction de la fréquence à différentes gravités entre 2 et 6 MHz

2.4 Résultats des expériences de fusion

Ici, je présente les résultats des expériences de fusion réalisées à 1, 13, 119 et 478 g. Elles ont été effectuées après la cristallisation du mush à la même gravité.

2.4.1 Évolution de la température

La figure 2.30 présente l'évolution de la température dans une expérience de solidification suivie de fusion. Le chauffage par le haut entraîne une stratification thermique. Le gradient de température est alors d'environ $2.5^{\circ}\text{C cm}^{-1}$. Dans l'expérience à 1 g, la stratification thermique est plus importante $8^{\circ}\text{C cm}^{-1}$ (Fig. 2.31). La température dans la zone dendritique augmente d'environ 2°C en 3 heures. De plus, le régime devient quasi-stationnaire 2h30 après le début du chauffage par le haut.

2.4.2 Analyse post-mortem du mush

Nous avons observé la zone dendritique post-mortem dans les expériences de centrifugeuse ou en direct à 1 g. Les cônes de cheminées disparaissent avec la fusion lors

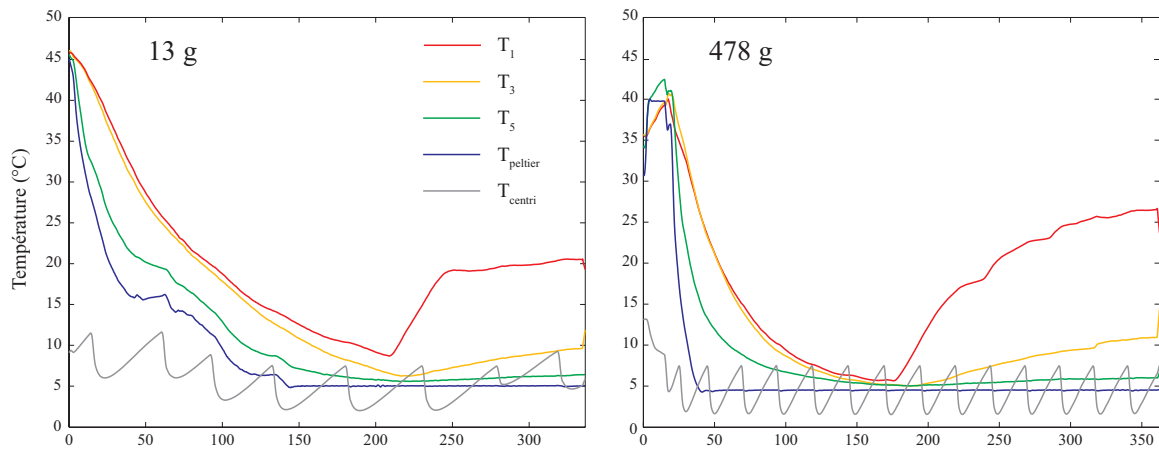


FIGURE 2.30 – Évolution de la température lors d’une expérience de cristallisation suivie de fusion par le haut à 19 et 478 *g*.

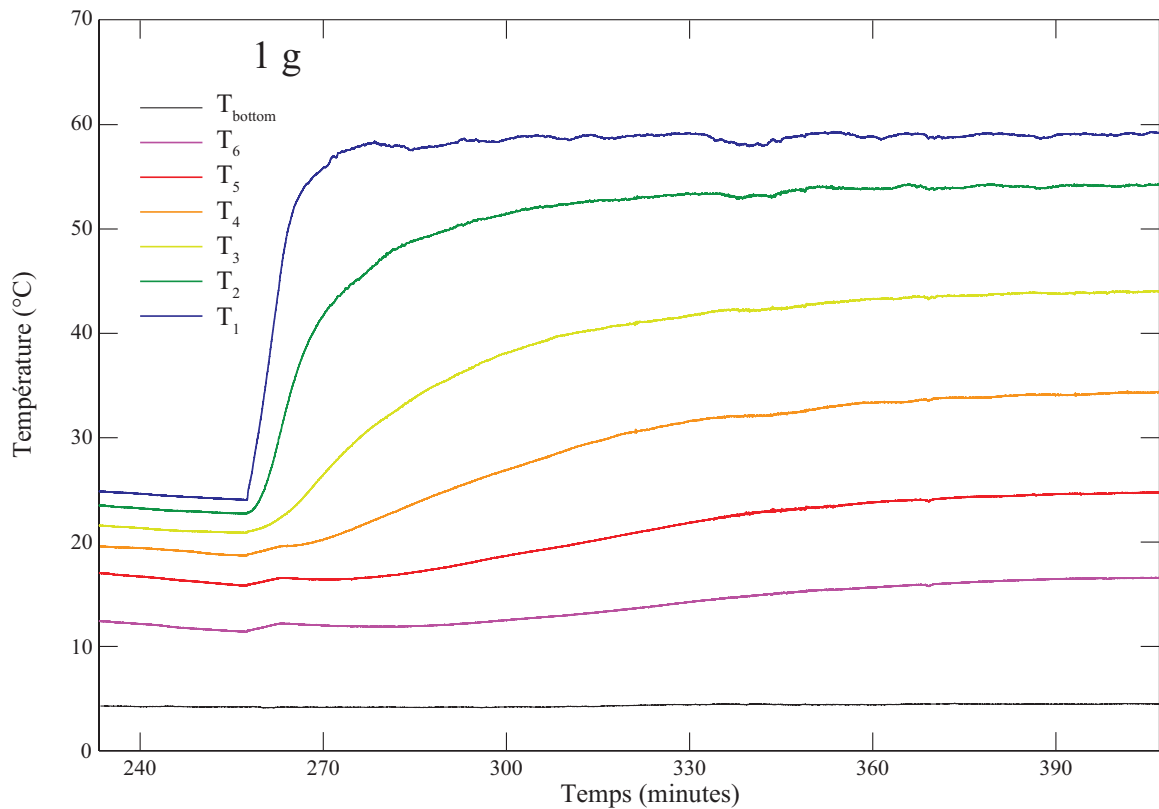


FIGURE 2.31 – Évolution de la température dans le liquide et la zone dendritique à 1 *g* avec un chauffage par le haut.

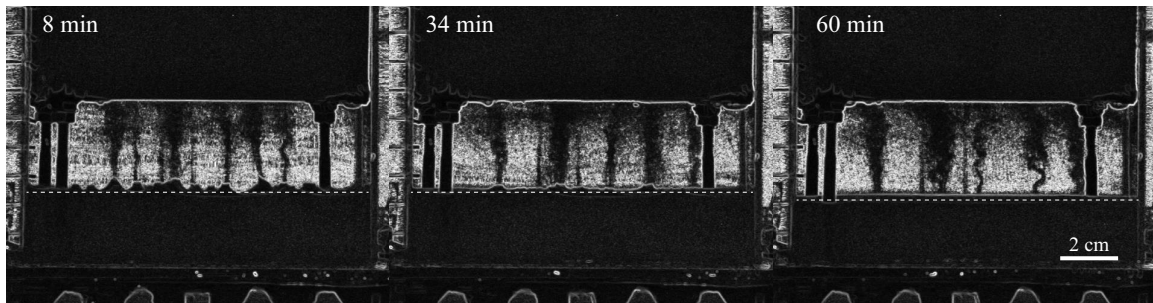


FIGURE 2.32 – Photographie de l’évolution de la zone dendritique et de la convection dans le liquide à 8, 34 et 60 minutes après le début du chauffage par le haut. La ligne pointillée blanche marque la hauteur de la zone dendritique.

des expériences sous forte gravité ou à gravité ambiante. La convection liée aux cheminées est toujours active (Fig. 2.32). L’épaisseur de la zone dendritique diminue de quelques millimètres sur plusieurs heures. Les expériences à 1 g permettent de visualiser en direct la disparition des cônes et la diminution de la hauteur (Fig. 2.32). Après quelques minutes, les panaches deviennent beaucoup plus turbulentes. Le nombre de cheminées ayant diminué, il est possible que le débit de chacune d’elles augmente. Ainsi, elles deviennent plus turbulentes. Cependant, il est impossible de mesurer la vitesse du fluide qu’elles émettent pour la comparer à la vitesse des panaches non turbulentes ($\approx 10^{-5} \text{ m s}^{-1}$). Après 30 min, les cônes ont presque tous disparu mais la convection à travers les cheminées subsiste. Après 60 minutes, les cônes ont totalement disparu et la zone dendritique a diminué d’environ 2 mm. La persistance de la convection à travers les cheminées indique la présence de cristallisation à l’intérieur de la zone dendritique. Cela peut être dû au liquide fondu et dense qui tombe entre les dendrites et recristallise, et à la cristallisation liée au refroidissement par le bas.

2.4.3 Mesures d’ultrasons comme analogie à la sismologie

2.4.3.1 Hauteur du mush

Grâce aux signaux d’ultrasons, il est possible de suivre l’évolution de la hauteur de la zone dendritique dans les expériences en centrifugeuse. Il est cependant plus difficile de détecter la première arrivée longtemps après le début de l’expérience, car d’autres arrivées interfèrent avec celle de la zone dendritique. Pour les expériences à 119 et 478 g, il a tout de même été possible d’extraire l’épaisseur de la zone dendritique (Fig. 2.33). La décroissance du mush a lieu plusieurs dizaines de minutes après le début du chauffage par le haut. Malgré ce chauffage, la hauteur de la zone dendritique croît

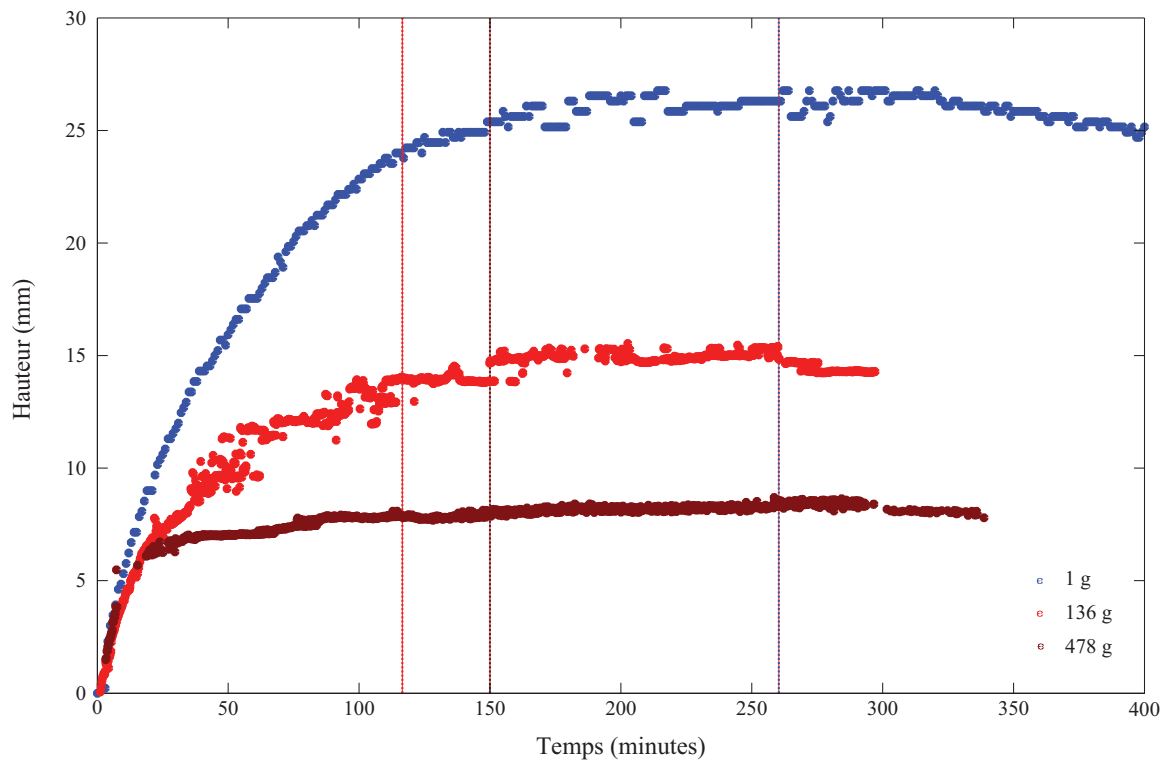


FIGURE 2.33 – Évolution de la hauteur de la zone dendritique dans les expériences de fusion à 1, 119 et 478 g. Les lignes pointillées indiquent le début du chauffage par le haut.

encore à cause de la cristallisation due au refroidissement par le bas.

2.4.3.2 Atténuation dans la zone dendritique fondue par le haut.

L'atténuation a été mesurée au cours d'expériences de fusion à partir des sondes transverses et verticales. La figure 2.34 présente l'évolution du facteur de qualité à 2 et 2.4 MHz et à différentes gravités. Après le début du chauffage (ligne verticale pointillée), Q_m continue de diminuer comme dans les expériences de cristallisation (Fig. 2.27). A 13 g, le facteur de qualité augmente un certain temps après le début du chauffage. A 136g, l'absence d'augmentation peut être expliquée par la faible hausse de température dans la zone dendritique, et donc la faible fusion que la zone dendritique a subie. Cette augmentation de température induit une augmentation de la vitesse qui n'est pas prise en compte dans le calcul basé sur une vitesse constante. L'effet de la vitesse a été testé sur le facteur de qualité, mais le changement n'est pas significatif.

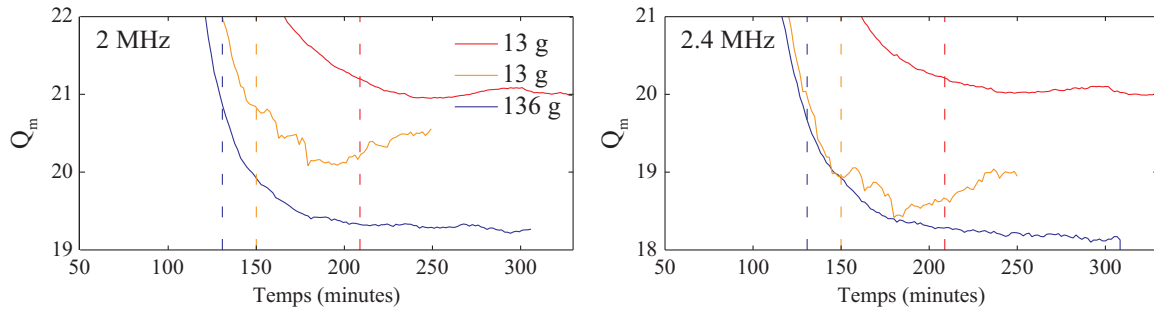


FIGURE 2.34 – Évolution du facteur de qualité Q_m lors de la fusion à différentes gravités et fréquences (2 et 2.4 MHz) et à différentes températures imposées en bas 2.5°C (courbes bleues et rouges) et 2.5°C (courbe orange). Les lignes verticales pointillées indiquent le début du chauffage par le haut.

Alors, nous pouvons dire que l'augmentation du facteur de qualité est provoquée par la fusion et par l'augmentation de la fraction solide dans la zone dendritique. Nous observons aussi que le facteur de qualité Q_m diminue quand la gravité augmente.

Dans la figure 2.35, nous avons calculé le facteur de qualité de la coda Q_c à différentes gravités pendant la phase de cristallisation et de fusion au cours de la même expérience. Q_c a la même dépendance en fréquence lors de la cristallisation ou la fusion. Cependant, la fusion par le haut de la zone dendritique entraîne une augmentation de Q_c quelle que soit la gravité, c'est à dire que l'atténuation de la coda devient moins forte. Ces résultats sont résumés dans le tableau 2.5. La fusion entraîne une augmentation de la fraction par recristallisation du fluide fondu, plus dense, tombant à l'intérieur du mush. Cela pourrait expliquer pourquoi l'atténuation est moins grande.

TABLE 2.5 – Comparaison du facteur de qualité Q_c dans une zone dendritique non fondue et fondue pour différentes gravités.

	Cristallisation		Fusion	
g	Q_c (2MHz)	Q_c (2MHz)	Q_c (4MHz)	Q_c (4MHz)
13	55	90	97	212
136	31	45	61	89
478	27	44	50	76

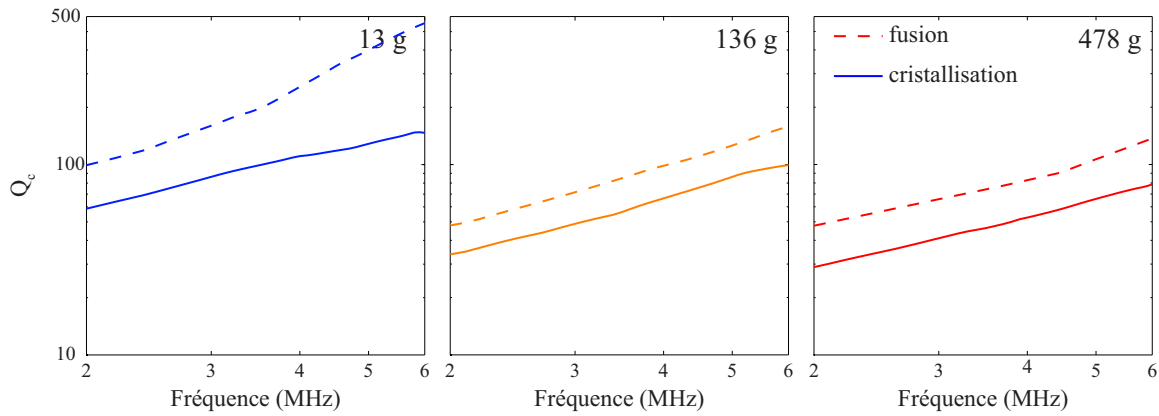


FIGURE 2.35 – Facteur de qualité de la coda à différentes gravités 13, 136 et 478 g durant la solidification (lignes pleines) et durant la fusion (lignes tiretées).

2.5 Implications sismologiques sur la graine

L'atténuation transverse $1/Q_m$ augmente quand la gravité augmente (Fig. 2.27) c'est à dire quand la fraction solide augmente et quand l'espace interdendritique et la taille des grains diminuent aussi. Au contraire, cette atténuation $1/Q_m$ diminue légèrement (entre 0.5 et 2%) lorsque la zone dendritique fond (Fig. 2.34). La fusion entraîne la recristallisation et l'augmentation de la fraction solide à l'intérieur du mush. Cependant, nous ne savons pas si l'espacement interdendritique change avec la fusion par le haut. La longueur d'onde du signal émis est entre 0.87 et 0.27 mm, c'est à dire qu'elle est plus grande que l'espace interdendritique typique (0.2 mm) mais plus petite que la taille des grains (quelques millimètres).

Nous avons observé l'étalement temporel du signal émis transversalement au mush. Le signal a perdu toutes ces hautes fréquences (supérieures à 2.5 MHz). Le signal est aussi atténué entre 2 et 2.5 MHz (Fig. 2.27). Dans la figure 2.36, le signal, émis perpendiculairement à la structure orientée (en analogie aux ondes PKIKP), est atténué et élargi mais il n'est pas diffusé (Cormier, 2007). L'élargissement est dû à la rétro-diffusion des hautes fréquences. Dans nos expériences, l'atténuation du signal à haute fréquence est indépendant des changements des structures du mush (Fig. 2.27), ce qui peut indiquer la présence de bruit trop important à ces fréquences, ou alors que le signal est totalement rétrodiffusé. De plus, aucune coda n'a été observée sur ce signal. Nous pouvons supposer alors qu'il n'y a pas de diffusion des ondes comme dans la figure 2.36.

L'atténuation liée à la coda $1/Q_c$ ne montre pas clairement de dépendance en

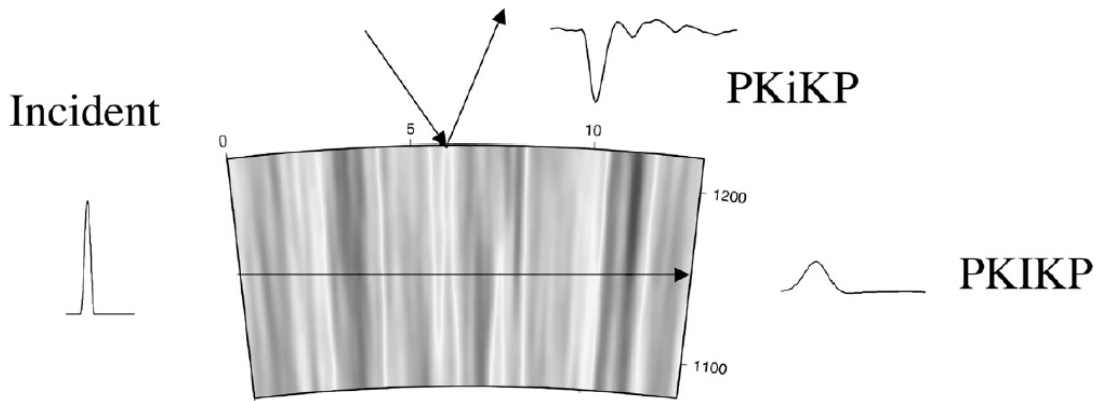


FIGURE 2.36 – Formes d’ondes traversant (PKIKP) ou se réfléchissant (PKiKP) sur une structure orientée radialement, dans le haut de la graine (Cormier, 2007).

gravité, alors que la structure de la zone dendritique change rigoureusement - fraction solide plus importante, espacement interdendritique et taille des grains plus petits. Cependant, Q_c devient plus grand lorsque le haut du mush fond (Fig. 2.34). La possible recristallisation entraîne un changement de la structure du mush.

Calvet and Margerin (2008) calculent l’atténuation des ondes dans un milieu composé de grains de fer grâce à un modèle de multiples diffractions, et en prenant en compte l’anisotropie des grains et de leur géométrie (hcp ou bcc). Dans la figure 2.37, l’atténuation augmente de façon monotone quand $\frac{a}{f}$ est inférieur à 1, c’est à dire quand la longueur d’ondes est plus grande que la taille des grains. Quand $\frac{a}{f}$ est supérieur à 1, l’atténuation est très dépendante à la fréquence. Dans nos expériences, ce rapport est toujours inférieur à 1 si on considère l’espace entre les dendrites, mais toujours supérieur à 1 si on considère la taille des grains. Cependant, notre gamme de fréquence est très étroite (4 MHz), il est difficile de dire dans quel régime nous sommes situés.

La dichotomie Est-Ouest est fortement marquée dans les 100 premiers kilomètres de la graine (Fig. 1.4). Mais cette dichotomie semble être moins visible dans l’atténuation de la coda (Leyton and Koper, 2007; Cormier and Li, 2002) (Fig. 1.5). Cependant, la surface de la graine pourrait aussi avoir des variations d’atténuation ou de vitesse à plus petites échelles (de l’ordre de 10 km) (Krasnoshchekov et al., 2005; Guoming and Dapeng, 2012; Zhongyin and Yinshuang, 2014).

En se basant sur les mesures d’atténuation obtenues dans la zone dendritique durant la solidification et la fusion, nous pouvons dire que l’hémisphère Ouest doit fondre et l’hémisphère Est doit cristalliser (Fig. 1.4). Cependant, dans nos expériences,

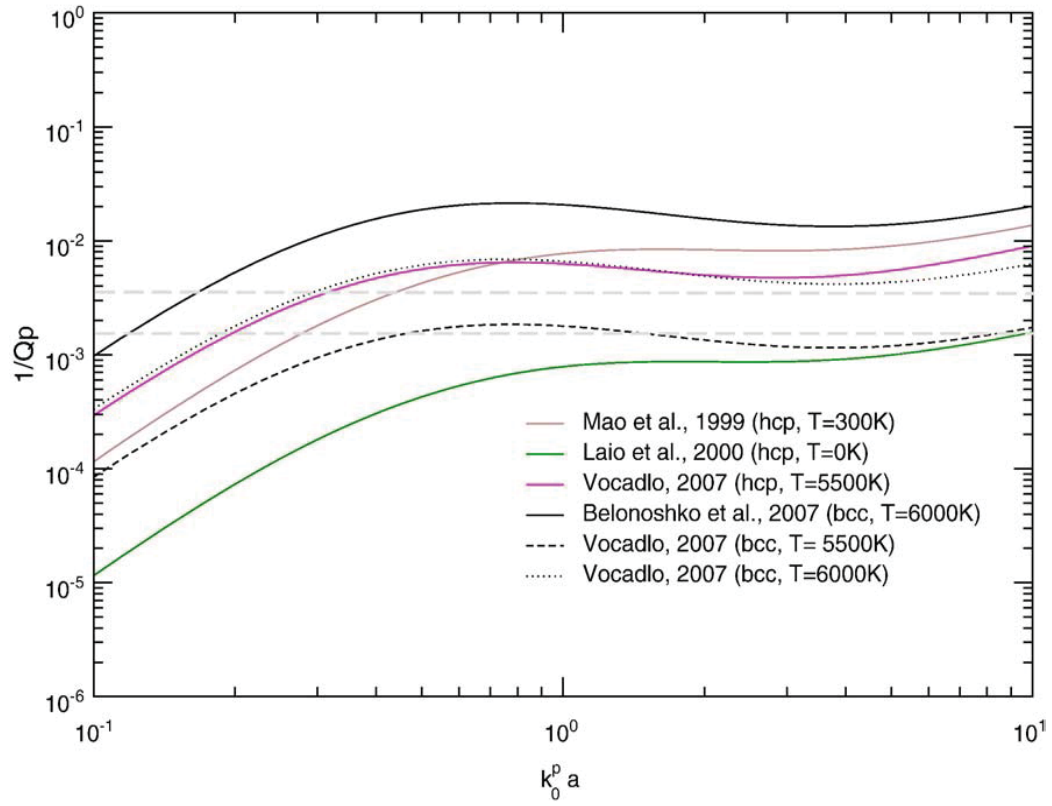


FIGURE 2.37 – Atténuation en fonction de la fréquence adimensionnée par la taille des grains. (Calvet and Margerin, 2008).

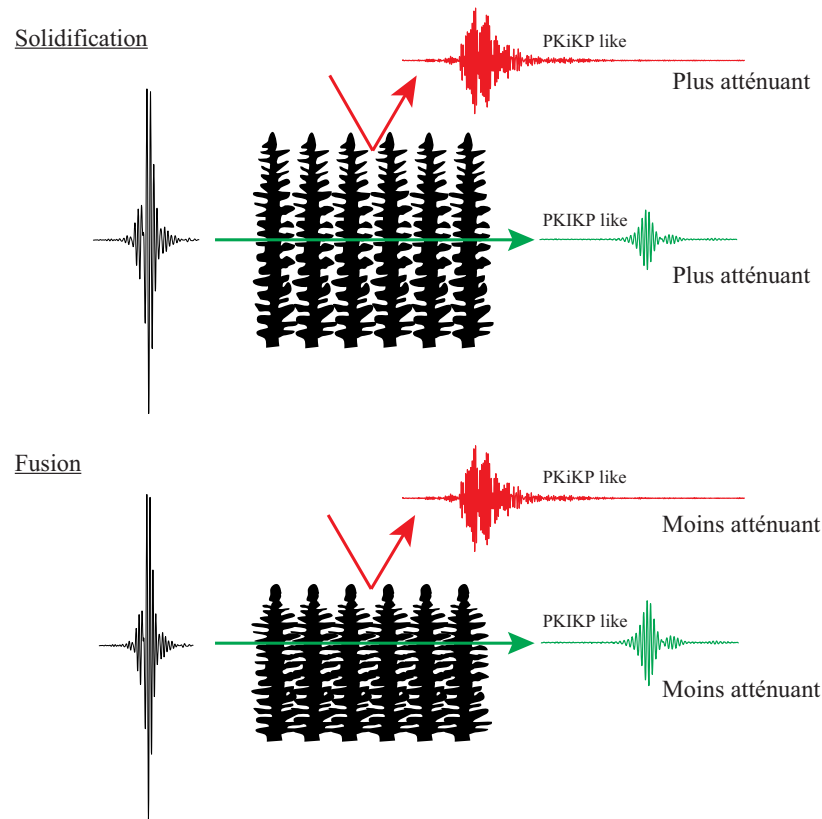


FIGURE 2.38 – (a) Vue schématique des dendrites pendant la solidification. Les signaux transversaux et verticaux sont très atténuants. (b) Vue schématique des dendrites pendant la fusion. La hauteur de la zone dendritique diminue. Le liquide fondu tombe entre les dendrites et cristallise, ce qui augmente la fraction solide. Les signaux transversal et vertical sont moins atténuants que pendant la cristallisation.

il n'a pas été possible de mesurer précisément la vitesse dans le mush. Nous ne pouvons donc pas interpréter la dichotomie de vitesse isotrope à la surface de la graine. La figure 2.38 présente une vue schématique de la solidification et de la fusion d'une zone dendritique. Durant la fusion par le haut de la zone dendritique, le liquide fondu et plus dense tombe entre les dendrites et recristallise, augmentant ainsi la fraction solide à l'intérieur et diminuant la hauteur du mush. L'atténuation des signaux transversaux et verticaux est moins forte dans une zone dendritique fondue par le haut que dans le mush sans fusion.

Modélisation de la croissance d'une zone dendritique et application à la graine

Sommaire

3.1	Modélisation de la croissance d'une zone dendritique	72
3.1.1	Modèle purement conducteur	72
3.1.2	Modèle avec la convection de couche limite	78
3.1.3	Modèle global	90
3.2	Discussion et application à la graine	97

3.1 Modélisation de la croissance d'une zone dendritique

Pour une zone dendritique, la vitesse de cristallisation dépend de la surfusion de l'interface et s'écrit en fonction de l'écart entre la température de solidification et la température de cette interface. Worster and Kerr (1994) écrivent une loi cinétique comme

$$V = \mathcal{G}(T_s - T_i)^2 = \mathcal{G}\Delta T^2 \quad (3.1)$$

où \mathcal{G} est une constante qu'ils déterminent expérimentalement. ΔT est la somme de la surfusion cinétique et constitutionnelle. La première est liée au déséquilibre nécessaire pour faire croître un cristal. La deuxième est la surfusion constitutionnelle liée à l'écart de température dans la couche limite compositionnelle au-dessus de la zone dendritique.

Worster (1992) décrit les deux modes de convection compositionnelle durant la cristallisation par le bas d'une zone dendritique, en utilisant une analyse de stabilité linéaire (Fig. 3.1a). Le premier mode, dit de couche limite, est dû à la déstabilisation de la couche limite thermo-solutal au front de la zone dendritique, et est associé à la convection en doigt de sel (observée dans la figure 2.20 à $t = 3$ min). Ce mode de convection se met en place en premier alors que le fluide dans la zone dendritique est stagnant (Tait and Jaupart, 1989; Chen and Chen, 1991; Chen, 1995) et peut se poursuivre durant la mise en place des cheminées (Chen and Chen, 1991). Le deuxième mode, dit mode interne, est dû à la déstabilisation du liquide interstitiel (Fig. 3.1c). La remontée du liquide interstitiel moins dense entraîne la fusion partielle autour de lui et crée des cheminées. La formation de ces cheminées favorise ensuite la remontée du liquide.

Les propriétés physiques utilisées par la suite dans les modèles numériques sont résumées dans le tableau 3.1.

3.1.1 Modèle purement conductif

Dans nos expériences, la croissance de la zone dendritique ne dépend pas de la gravité dans les 10 premières minutes, ce qui laisse à penser que la convection de couche limite joue un faible rôle au début. Le transfert de chaleur se fait donc par conduction à travers le mush. Nous écrivons en dessous un modèle de conduction dans la zone dendritique.

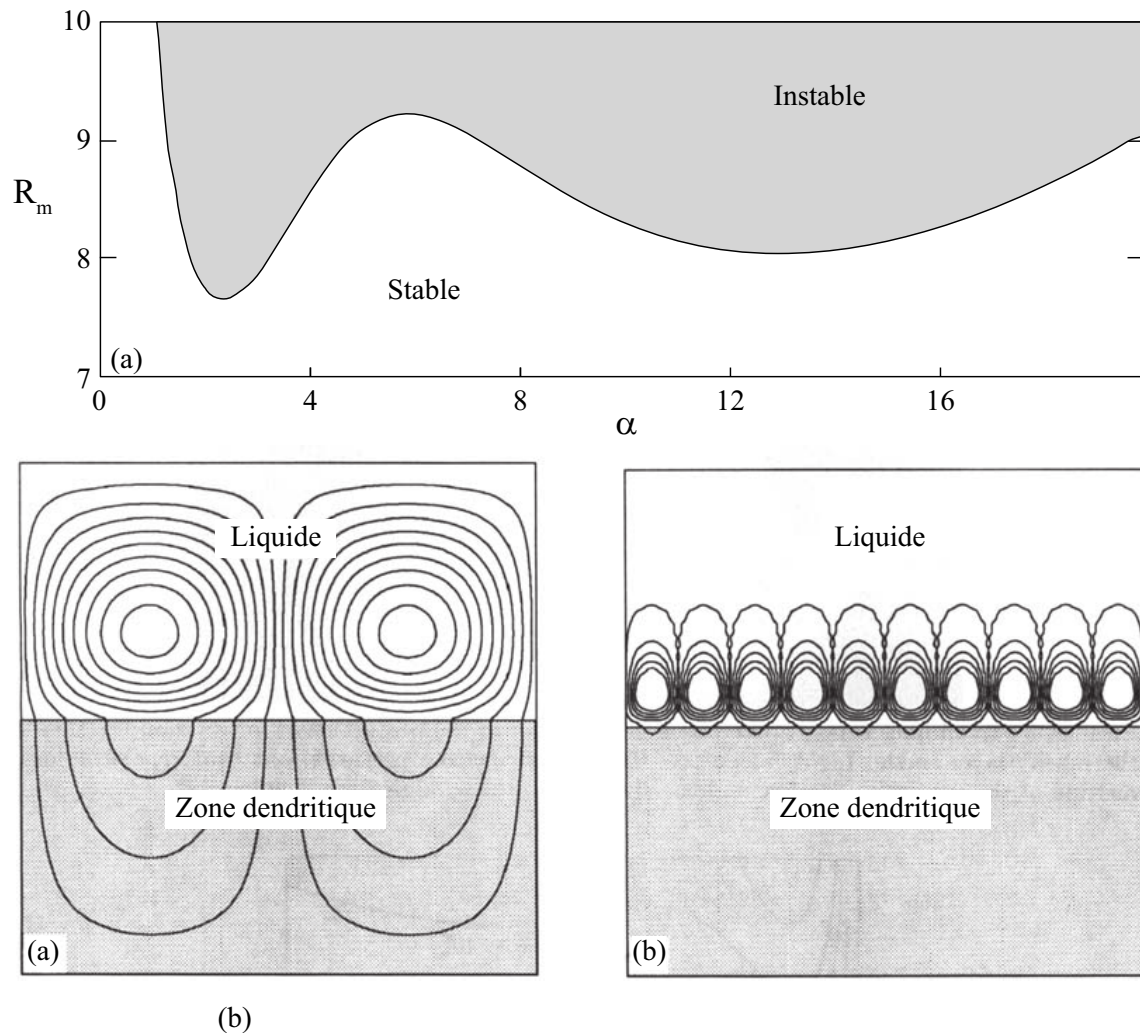


FIGURE 3.1 – Stabilité linéaire du début de la convection dans la zone dendritique (modifié à partir de Worster (1992)). En haut (a), le nombre de Rayleigh dans la zone dendritique en fonction du nombre d'onde avec les domaines de stabilité et d'instabilité. Il existe deux minima donc deux modes de convection, l'un appelé convection de couche limite (c) et l'autre appelé convection interne (b).

Quantité	Symbole	Valeur	Unité
Chaleur calorifique du liquide	C_{pl}	3504.8	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
Chaleur calorifique du solide	C_{ps}	1520	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
Conductivité thermique du liquide	k_l	0.54	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
Conductivité thermique du solide	k_s	2.2	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
Chaleur latente de cristallisation	L	$2.81 \cdot 10^5$	J kg^{-1}
Masse volumique du liquide	ρ_l	1050	kg m^{-3}
Masse volumique du solide	ρ_s	1520	kg m^{-3}
Diffusivité thermique du liquide	κ_l	$1.47 \cdot 10^{-7}$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
Diffusivité solutale du liquide	D	10^{-9}	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
Pente du liquidus	Γ	4.79	$^{\circ}\text{C wt \%}^{-1}$
Température eutectique	T_e	-15.9	$^{\circ}\text{C}$
Composition eutectique	c_e	19.7	wt %
Paramètre cinétique de cristallisation	\mathcal{G}	$4.14 \cdot 10^{-7}$	$\text{m s}^{-1} ^{\circ}\text{C}^{-2}$
Concentration initiale du liquide	c_0	30	wt %
Hauteur de la cellule	H	0.07	m
Température de cristallisation à c_0	$T_s(c_0)$	34.57	$^{\circ}\text{C}$
Température théorique de la base	T_B	5	$^{\circ}\text{C}$
Viscosité dynamique	ν	$0.93 \cdot 10^{-6}$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
Coefficient d'expansion solutale	β	$2.3 \cdot 10^{-3}$	wt \%^{-1}
Coefficient d'expansion thermique	α	$3.1 \cdot 10^{-4}$	K^{-1}

TABLE 3.1 – Propriétés physiques utilisées dans les calculs théoriques (Worster and Kerr, 1994; Peppin et al., 2008) pour une solution de chlorure d'ammonium à 25°C et d'environ 30 wt %.

3.1.1.1 Mise en équations

L'équation de diffusion de la chaleur s'écrit

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (3.2)$$

où T est la température, t est le temps, x est la position et κ est la diffusivité thermique. La solution de cette équation, quand la température imposée sur une surface est une fonction linéaire kt et quand le liquide a une température initial homogène, s'écrit (Carslaw and Jaeger, 1986)

$$T(t, x) = kt \left[\left(1 + \frac{x^2}{2\kappa t} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{\kappa t}} \right) - \frac{x}{\sqrt{\pi\kappa t}} \exp \left(-\frac{x^2}{4\kappa t} \right) \right]. \quad (3.3)$$

La diminution de la température dans les 15 premières minutes peut être exprimée par une droite d'équation

$$T(t) = -0.0137t + 40. \quad (3.4)$$

Il est possible d'estimer la hauteur de la zone dendritique quand la température du liquide atteint la température de solidification T_s (ligne noire sur la figure 3.2). Nous supposons ici que T_s n'évolue pas avec le temps à cause de la cristallisation et du changement de composition du liquide. Les lignes noires tiretées et pointillées sont la hauteur de la zone dendritique quand la cristallisation est retardée respectivement par la surfusion de 5 et 9 °C. Les lignes épaisses noires et grises représentent la hauteur en fonction du degré de surfusion, 10 et 20 min après le début de la cristallisation. Au cours des expériences, nous avons observé que l'augmentation de la hauteur de la zone dendritique était constante et indépendante de la gravité. Sa hauteur atteint respectivement 5.5 et 10.5 mm, après 10 et 20 min (lignes tiretées blanches). Nous pouvons alors estimer le meilleur degré de surfusion que l'on doit imposer à notre modèle de conduction pour être en accord avec la hauteur de la zone dendritique observée. ΔT vaut environ 7 °C.

Nous comparons ici la hauteur observée de la zone dendritique à différentes gravités durant les 20 premières minutes, à la hauteur calculée à partir du modèle de conduction présenté au-dessus (Fig. 3.3). La courbe verte est celle qui explique le mieux nos observations.

Connaissant le $\Delta T = 7^\circ\text{C}$ et la vitesse $V = 8.75 \times 10^{-6} \text{ m s}^{-1}$, il est donc possible de redéterminer le coefficient \mathcal{G} à partir de l'équation (3.1). Nous trouvons ainsi que \mathcal{G} vaut $1.79 \times 10^{-7} \text{ m s}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-2}$. La ligne noire pointillée représente l'évolution de la hauteur basée sur ce coefficient. Dans nos expériences, la surfusion est d'environ 5 °C, comme le montre le saut de température observé dans le liquide autour de 30 °C dans

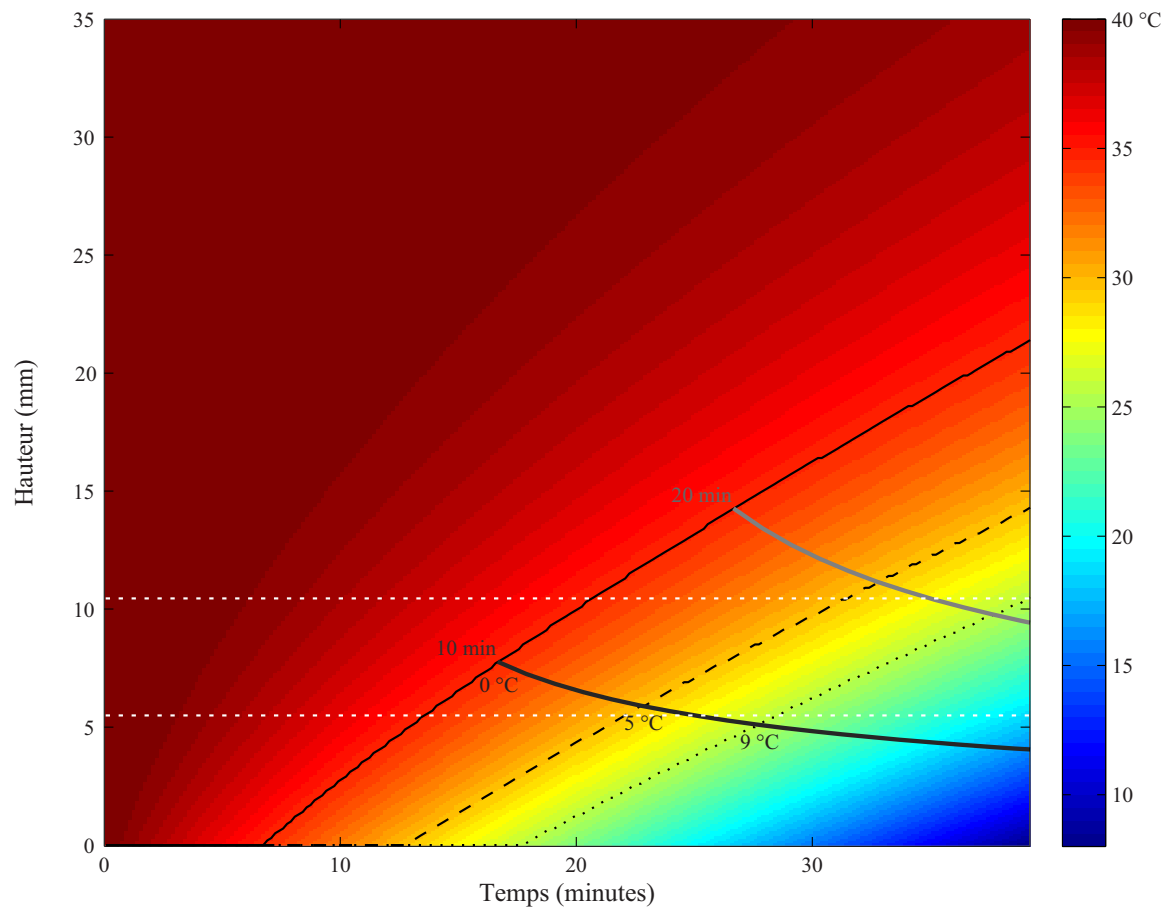


FIGURE 3.2 – Température en fonction du temps et de la hauteur.

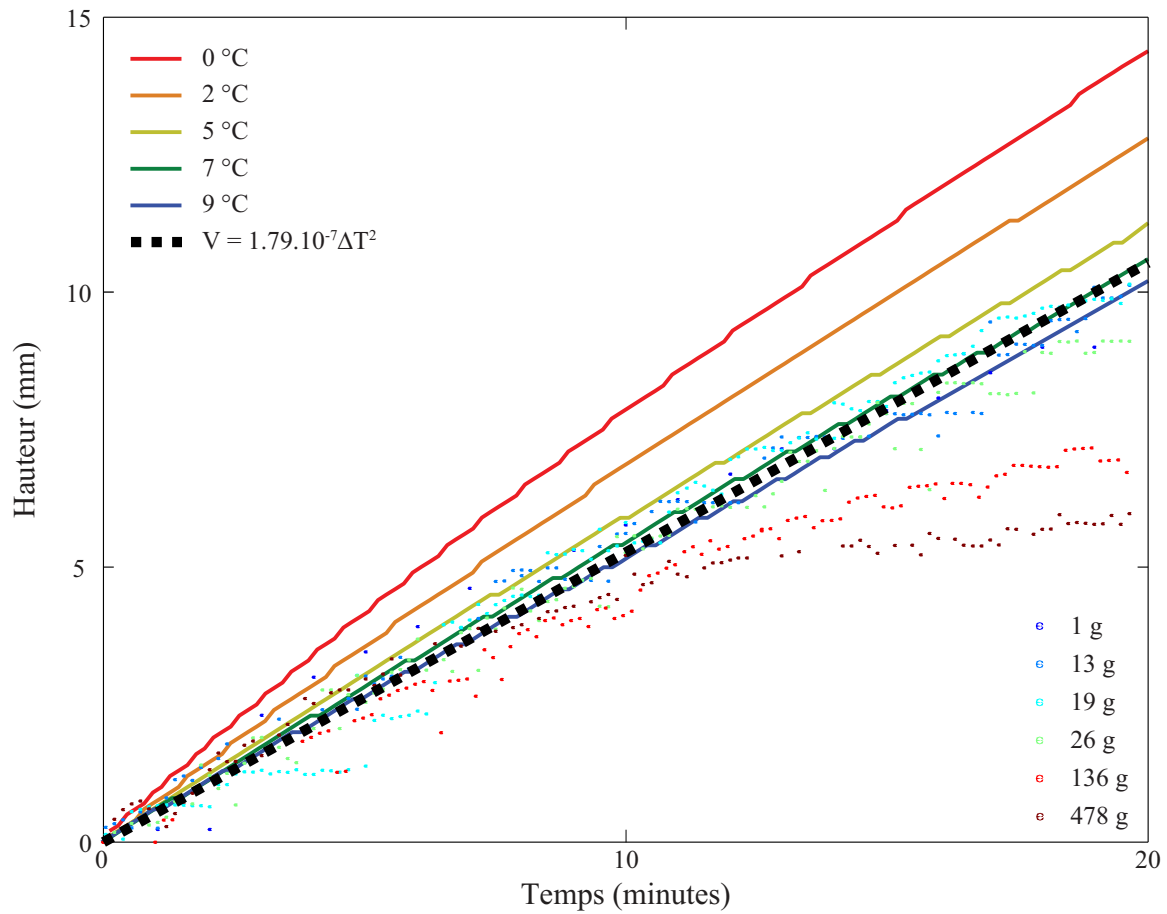


FIGURE 3.3 – Évolution de la hauteur de la zone dendritique avec un modèle purement conductif pour différents degrés de surfusion (lignes).

la figure 2.12. La différence entre ces deux valeurs de surfusion peut être expliquée par les hypothèses du modèle purement conductif.

Worster and Kerr (1994) ont calculé le coefficient \mathcal{G} en fonction du taux de contamination de CuSO_4 dans la zone dendritique. Cette contamination entraîne un changement de forme des cristaux lesquels deviennent plus facettés, et un retard dans l'apparition des cheminées. Pour 0 wt % de CuSO_4 , \mathcal{G} est égal à $4.14 \times 10^{-7} \text{ m s}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-2}$. Plus récemment, Peppin et al. (2008) et Whiteoak et al. (2008) mesurent le degré de surfusion en fonction de la vitesse entre 0.2 et 17 $^\circ\text{C}$. Peppin et al. (2008) trouvent $4.52 \times 10^{-8} \text{ m s}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-2}$. Chan et al. (1976) mesurent la surfusion en fonction de la vitesse de croissance d'une dendrite et remarquent que les changements de pentes peuvent être dû au changement d'orientation cristalline $\langle 100 \rangle$, $\langle 110 \rangle$ ou $\langle 111 \rangle$. Dans la figure 3.4, nous reportons les résultats de Chan et al. (1976); Worster and Kerr (1994); Blackmore et al. (1997); Peppin et al. (2008); Whiteoak et al. (2008) et la nôtre. Les valeurs mesurées par Chan et al. (1976); Worster and Kerr (1994); Blackmore et al. (1997) semblent être en accord. La différence entre notre valeur et celle de Worster and Kerr (1994) peut être expliquée par la chaleur latente, qui tend à diminuer le ΔT que nous calculons à partir de l'équation de diffusion de la chaleur (eq. 3.3). Mais, notre résultat n'est pas en accord avec les résultats mesurés par Peppin et al. (2008); Whiteoak et al. (2008). Par la suite, nous utiliserons la valeur de Worster and Kerr (1994).

3.1.2 Modèle avec la convection de couche limite

Ce premier modèle est basé sur le modèle de Worster and Kerr (1994) et Deguen (2009). Il décrit l'évolution de la hauteur h et de la fraction solide ϕ dans la zone dendritique, de la température du liquide T_l et de l'interface T_i (Fig. 3.5). La fraction solide sera, pour nous, uniforme sur toute la hauteur, ce qui est relativement vrai au vue des mesures effectuées. La solution de chlorure d'ammonium de concentration c_0 et de température T_0 est refroidie par le bas à une température T_b qui dépendra du temps. T_b est la température imposée lors des expériences de cristallisation. La zone dendritique cristallise quand le liquide atteint le liquidus et donc la température de cristallisation est $T_s(c_0)$. Le liquide est considéré homogène en température T_l et en concentration c_l . Au niveau de l'interface solide/liquide, la température $T_s(c_l)$ est plus grande que la température de l'interface. C'est ce déséquilibre thermodynamique qui permet à l'interface d'avancer (voir l'équation 3.1). Dans la zone dendritique, le profil de température est linéaire entre T_b et T_i et s'écrit

$$T = \frac{(T_i - T_b)}{h}z - T_b. \quad (3.5)$$

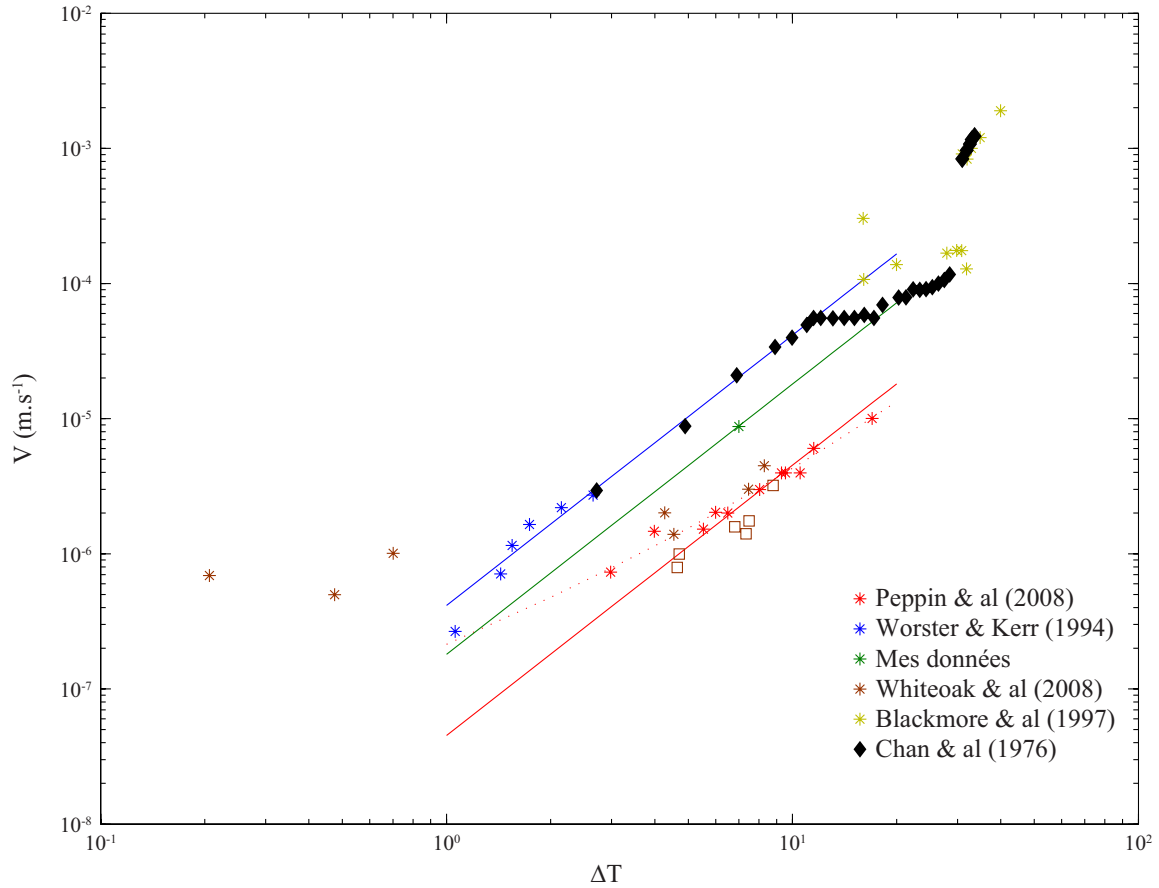


FIGURE 3.4 – Vitesse de cristallisation V en fonction de la surfusion ΔT . Les différents symboles (étoiles, losanges et carrés) représentent les données mesurées par Chan et al. (1976); Worster and Kerr (1994); Blackmore et al. (1997); Peppin et al. (2008); Whiteoak et al. (2008) et notre valeur. Les traits pleins représentent le meilleur ajustement de l'équation (3.1). La ligne pointillée rouge est le polynôme du deuxième degré trouvé par Peppin et al. (2008).

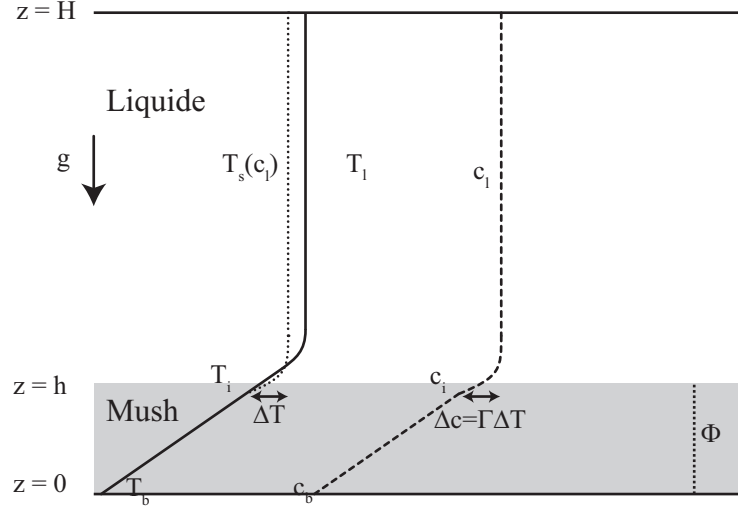


FIGURE 3.5 – Vue schématique de l'interface solide-liquide.

3.1.2.1 Mise en équations

Nous effectuons un bilan de chaleur et de soluté globale et dans le liquide. La conservation de la chaleur dans le liquide et du soluté s'écrivent

$$C_{pl}(\frac{M_{tot}}{\mathcal{A}} - \bar{\rho}h)\dot{T}_l = -F_{T_{bl}} \quad (3.6)$$

et

$$(\frac{M_{tot}}{\mathcal{A}} - \bar{\rho}h)\dot{c}_l = -F_{C_{bl}} \quad (3.7)$$

où M_{tot} est la masse de la solution initiale, \mathcal{A} est l'aire de la cellule, $\bar{\rho}$ est la densité moyenne et C_{pl} est la capacité calorifique du liquide. Nous exprimerons les valeurs moyennes dans la zone dendritique comme

$$\bar{x} = (1 - \phi)x_l + \phi x_s \quad (3.8)$$

où x peut être la densité, la capacité calorifique ou la conductivité.

La convection de couche limite permet d'écrire un flux de la forme $Ra^{\frac{1}{3}}$

$$F_{C_{bl}} = 2^{\frac{4}{3}}\rho_l\lambda D \left(\frac{\beta g}{D\nu} \right)^{\frac{1}{3}} (c_l - c_i)^{\frac{4}{3}} \quad (3.9)$$

où D est la diffusion chimique, β est le coefficient d'expansion solutal, ν est la viscosité du liquide et c_i est la concentration à l'interface et ρ_l est la masse volumique de

la solution initiale. Nous la supposons constante au cours du temps car la concentration dans le liquide varie peu. λ est une constante sans dimension qui dépend du rapport de flottabilité (Worster and Kerr, 1994). $F_{T_{bl}}$ est le flux de chaleur à l'interface liquide/solide qui est lié à la convection de la couche limite et est donné par

$$F_{T_{bl}} = AC_{pl} \left(\frac{T_l - T_i}{c_l - c_i} \right) F_c \quad (3.10)$$

où A est une constante sans dimension qui sera un paramètre d'ajustement dans nos modèles. Ce paramètre dépend du rapport entre la diffusivité thermique et solutal (Huppert, 1990).

En supposant une fraction solide constante sur toute la hauteur de la zone dendritique, les conservations globales du soluté et de la chaleur sont données par

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\left(\frac{M_{tot}}{\mathcal{A}} - \bar{\rho}h \right) c_l + \langle \rho c \rangle h \right] = 0 \quad (3.11)$$

et

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\left(\frac{M_{tot}}{\mathcal{A}} - \bar{\rho}h \right) C_{pl}T_l + \overline{\rho C_p}h \langle T \rangle \right] = -\bar{k} \frac{\partial T}{\partial z} - \rho_s L \frac{\partial h \phi}{\partial t} \quad (3.12)$$

où ρ_s est la masse volumique du solide. $\langle \rho c \rangle$ et $\langle T \rangle$ sont la concentration et la température moyenne dans la zone dendritique et sont données par

$$\langle \rho c \rangle = (1 - \phi) \rho_l \frac{(c_i + c_b)}{2} + \phi c_s \rho_s \quad (3.13)$$

et

$$\langle T \rangle = \frac{(T_i + T_b)}{2}. \quad (3.14)$$

3.1.2.2 Adimensionnement

On adimensionne le système par la hauteur H de la cellule. Le temps est adimensionné avec le temps diffusif thermique $\tau_\kappa = \frac{H^2}{\kappa_l}$. La température et la concentration adimensionnée sont données par

$$\theta = \frac{T - T_s(c_0)}{T_s(c_0) - T_B} = \frac{T - T_s(c_0)}{\Delta T} \quad (3.15)$$

et

$$\chi = \frac{c - c_0}{c_0 - c_B} = \frac{c - c_0}{\Gamma^{-1} \Delta T}. \quad (3.16)$$

T_B est la température théorique qu'on impose en bas de la cellule (5 °C). Grâce à cette adimensionnement, θ est égal à χ dans toute la zone dendritique car nous supposons l'équilibre thermodynamique.

On peut écrire alors les 4 équations de conservations et l'équation de cinétique (3.1) sous la forme d'un système d'équations différentielles adimensionnées

$$\begin{aligned}
 \dot{h} &= \mu(\chi_l - \theta_i)^2 \\
 (1 - \frac{\bar{\rho}}{\rho_l}h)\dot{\chi}_l &= -Nu_\chi(\chi_l - \chi_i)^{\frac{4}{3}} \\
 (1 - \frac{\bar{\rho}}{\rho_l}h)\dot{\theta}_l &= -Nu^*(\theta_l - \theta_i)(\chi_l - \chi_i)^{\frac{1}{3}} \\
 \left[S \frac{\rho_s}{\rho_l} - \left(\frac{\rho_s C_{ps}}{\rho_l C_{pl}} - 1 \right) \langle \theta \rangle - \left(1 - \frac{\rho_s}{\rho_l} \right) \theta_l \right] \dot{h}\hat{\phi} &= \left(1 - \frac{\bar{\rho}}{\rho_l}h \right) \dot{\theta}_l + \dot{h} [\langle \theta \rangle - \theta_l] \\
 &\quad + h \langle \dot{\theta} \rangle \left[1 + \phi \left(\frac{\rho_s C_{ps}}{\rho_l C_{pl}} - 1 \right) \right] \\
 &\quad + \frac{\bar{k}}{k_l} \frac{\theta_i - \theta_b}{h} \\
 -\frac{\dot{\chi}_i}{2} h (1 - \phi) &= \left(1 - \frac{\bar{\rho}}{\rho_l}h \right) \dot{\chi}_l + \dot{h} [\langle \chi \rangle - \chi_l] \\
 &\quad - \dot{h}\hat{\phi} \left[\frac{\rho_s}{\rho_l} (\chi_l - \chi_s) + \langle \chi \rangle - \chi_l \right] \\
 &\quad + h (1 - \phi) \frac{\dot{\chi}_b}{2}
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

Ce système introduit les nombres sans dimension suivant

$$\mu = \mathcal{G} \frac{H \Delta T^2}{\kappa_l} = 172 \tag{3.18}$$

$$Nu_\chi = 2^{\frac{4}{3}} \lambda \frac{D}{\kappa_l} H \left(\frac{\beta g}{D\nu} \right)^{\frac{1}{3}} (\Gamma^{-1} \Delta T)^{\frac{1}{3}} \tag{3.19}$$

$$Nu^* = ANu_\chi \tag{3.20}$$

$$S = \frac{L}{\Delta T C_{pl}} = 2.71 \tag{3.21}$$

Nu_χ et Nu^* sont respectivement les nombres de Nusselt solutal et thermique. S est le nombre de Stefan.

3.1.2.3 Comparaison aux données

Nous comparons la température mesurée sur le module Peltier, la température moyennée du liquide, ainsi que la hauteur de la zone dendritique à notre modèle théorique. Il a été nécessaire d'ajouter un terme de flux de chaleur qui provient des

parois à cause de la mauvaise isolation de la cellule. Le flux de chaleur venant de la centrifugeuse dépend de la différence de température entre la centrifugeuse T_c et celle du liquide et de la résistance thermique des parois. Alors, nous pouvons écrire ce terme de flux

$$F_p = \frac{(T_l - T_c)}{\rho_l S} \left[\frac{1}{\left(\frac{M_{tot}}{A} - \bar{\rho}h\right) 2\pi} \int_r^R \frac{dr}{rk_p(r)} \right]^{-1} \quad (3.22)$$

où S est la section de la cellule, k_p est la conductivité thermique de chaque élément de la paroi et r et R le rayon intérieur et extérieur de la paroi. Adimensionnée, l'équation (3.22) donne

$$F_p = \frac{(\theta_l - \theta_c) H^2 C_{pl}}{S k_l} \left[\frac{1}{\left(\frac{M_{tot}}{AH} - \bar{\rho}h\right) 2\pi} \int_r^R \frac{dr}{rk_p(r)} \right]^{-1} \quad (3.23)$$

Pour quantifier et vérifier que le flux de chaleur à travers les parois est correct, nous avons mesuré les amplitudes de fluctuations de température des données expérimentales et nous les avons comparées au modèle. Si F_p est nulle, il n'y a pas de fluctuations. A partir de la valeur théorique (équation 3.23), nous avons appliqué un coefficient 0.5, 1 et 1.5 pour mesurer l'influence de ce flux sur la température (Fig. 3.6). Les fluctuations de température dans les expériences sont de l'ordre de $0.16 K_{rms}$. Le modèle est un bon accord quand un coefficient de 0.8 est appliqué ($\delta T = 0.16 K_{rms}$). Dans ce modèle, nous ignorons le temps de diffusion à travers la paroi ce qui pourrait expliquer le déphasage entre les fluctuations théoriques et celles observées.

Dans un premier temps, nous examinons l'effet des deux paramètres inconnus dans nos équations A et λ sans l'influence des pertes de chaleur à travers les parois. La figure 3.7a montre les effets de A et λ . Quand A augmente, la température diminue plus rapidement et la hauteur de la zone dendritique augmente moins vite. L'effet sur la fraction solide est faible et restreint aux 20 premières minutes. La hauteur et la fraction solide tendent vers la même valeur. De plus, l'effet du changement de A est non-monotone sur la hauteur (Worster and Kerr, 1994). L'augmentation de λ a pour effet de diminuer drastiquement la hauteur du mush et la température dans le liquide (Fig. 3.7b). Alors, la fraction solide augmente fortement passant de 10% à 30%.

Il s'agira par la suite de trouver les meilleurs paramètres A et λ qui expliquent le mieux les données de hauteur et de température dans le liquide. En utilisant $A = 0.3$ et $\lambda = 0.5$ et le flux de chaleur F_p , nous comparons le modèle aux expériences à 13, 6, 76 et 478 g. La valeur de A est cohérente avec celle trouvée dans des expériences de convection double diffusive. En effet, Turner (1967) détermine le rapport des flux de

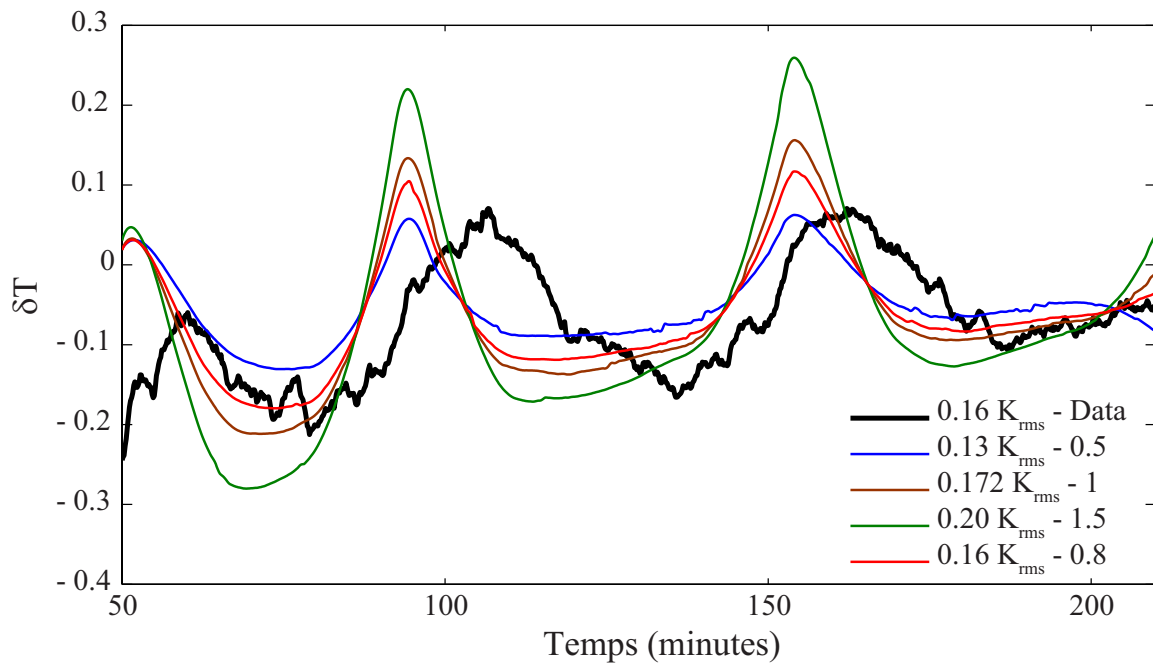


FIGURE 3.6 – Fluctuations de la température en fonction du temps lors d'une expérience à 13 g. La ligne noire est la température mesurée dans les expériences. Les lignes rouge, bleue et verte sont basées sur le modèle théorique pour différent flux de chaleur.

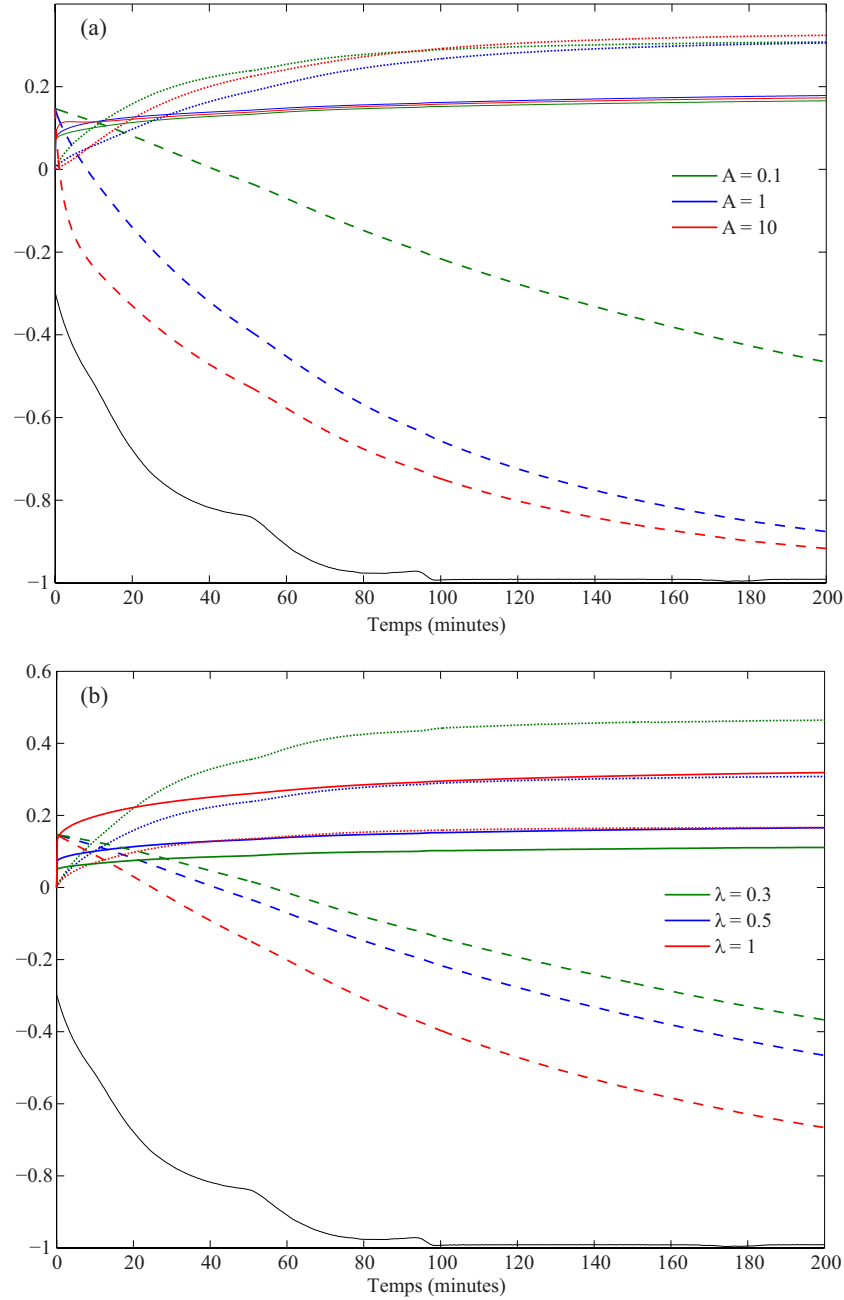


FIGURE 3.7 – (a) Évolution de la hauteur h (ligne pointillée), de la fraction solide ϕ (ligne pleine) et de la température dans le liquide θ_l (ligne tiretée) pour différentes valeurs de A . (b) Pareil que (a) pour différentes valeurs de λ . Le ligne noire est la température imposée par le Peltier θ_b dans une expérience à 13g.

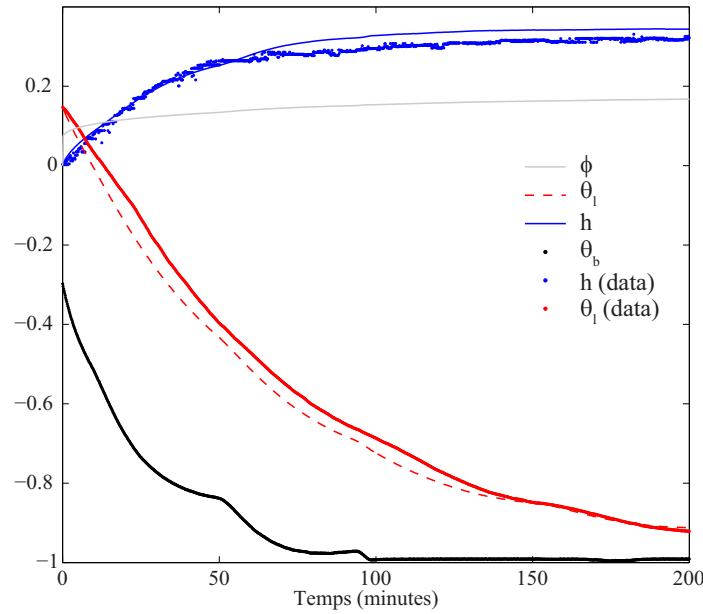


FIGURE 3.8 – Évolution de la température dans le liquide, de la hauteur et de la fraction solide (lignes rouge, bleue et grise) du modèle avec $A = 0.3$ et $\lambda = 0.5$ et comparaison à la hauteur mesurée (points bleus) et à la température mesurée dans le liquide (points rouges) à 13g. Les points noirs sont la température imposée en bas.

température et de concentration pour la convection en "doigts de sel" et trouvent 0.56 (Turner and Turner, 1979). A est de l'ordre de l'unité quand $D/\kappa \ll 1$ (Woods and Huppert, 1989). La figure 3.8 présente l'évolution de la température dans le liquide, de la hauteur du mush et de la fraction solide à 13g. Le modèle est en bon accord avec les données expérimentales. La hauteur est légèrement surestimée après 80 min. Dans la figure 3.9, il y a un bon accord entre le modèle et les expériences. Cependant, la température est un peu sous-estimée tandis que la hauteur est surestimée. A 76 g, nous n'avons mesuré l'évolution de la hauteur de la zone dendritique qu'après 80 min (Fig. 3.10) mais le modèle semble être en accord avec la température et la hauteur finale du mush. A très forte gravité (478 g), la température et la hauteur sont en moins accord avec les expériences, ce qui peut s'expliquer par la présence de la convection interne dans la zone dendritique (Fig. 3.11).

La fraction solide ϕ calculée à partir du modèle est en assez bon accord avec la valeur basée sur des données expérimentales (Fig. 2.16) (Tab. 3.2). A 76 g, l'écart entre la fraction solide modélisée et expérimentale est plus important que pour les autres gravités. Cette différence peut être expliquée par les hypothèses du modèle ou

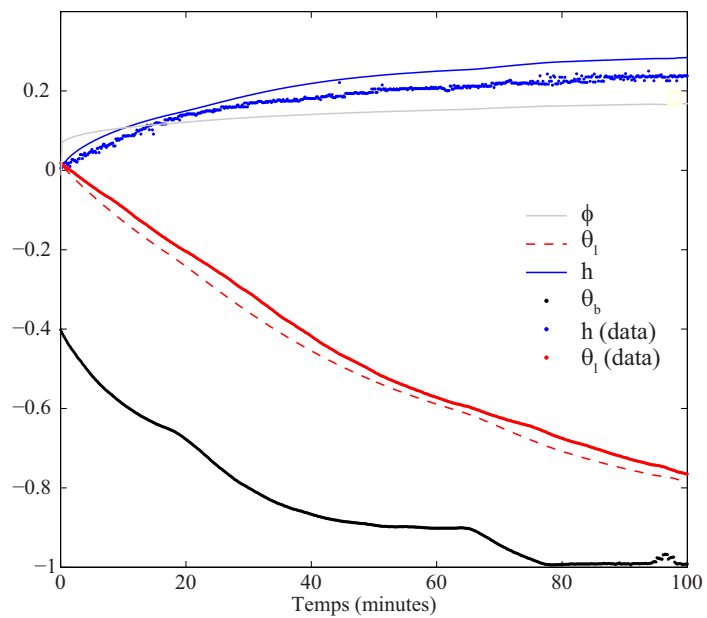


FIGURE 3.9 – Comme la figure 3.8, à 26g.

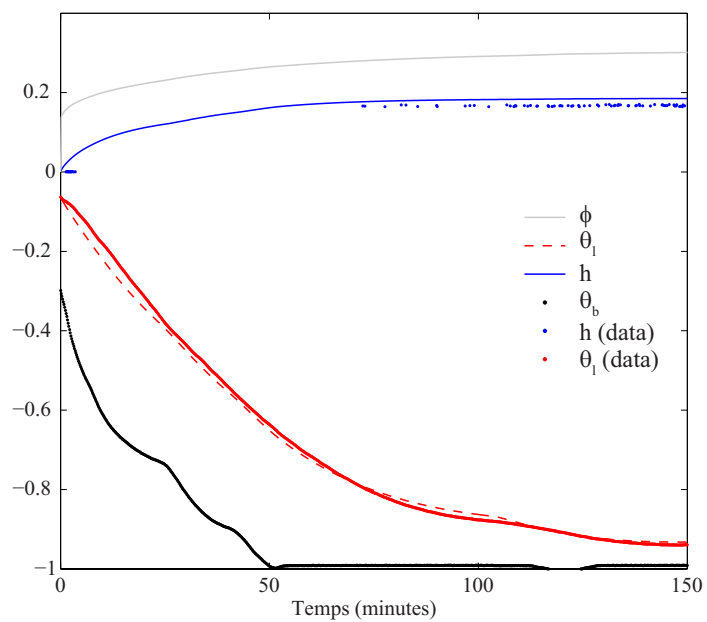


FIGURE 3.10 – Comme la figure 3.8, à 76g.

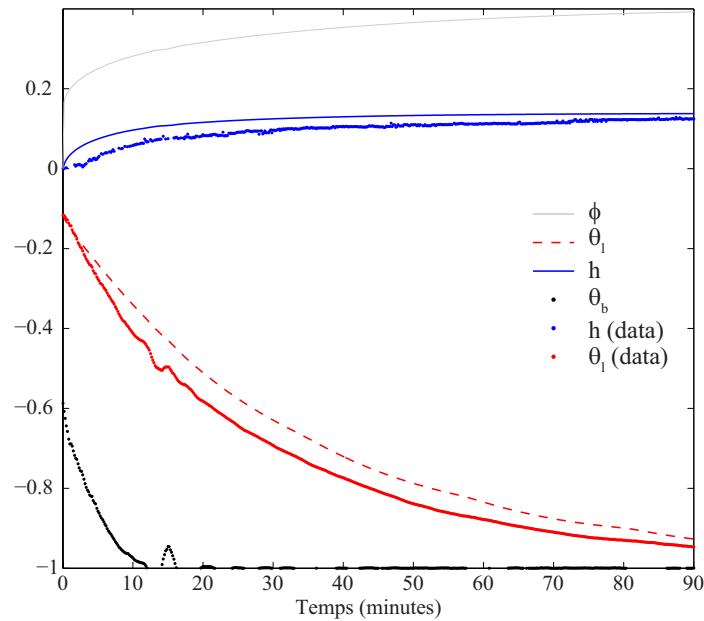


FIGURE 3.11 – Comme la figure 3.8, à 478g.

TABLE 3.2 – Fraction solide ϕ dans le modèle et les expériences

g	ϕ (expériences)	ϕ (modèle)
13	14	16
26	17.7	18
76	24.1	30
478	40.7	40

celles de la mesure.

La figure 3.12 présente le flux de chaleur extrait du liquide à travers la zone dendritique et les parois. La perte de chaleur par les parois n'est pas négligeable. Son flux est du même ordre de grandeur dans l'expérience à 13 g et seulement un facteur 2 plus petit à 478 g. Ce flux F_p décroît avec le temps car la température du liquide se rapproche de celle de la centrifugeuse. Le flux $F_{T_{bl}}$ décroît aussi avec le temps à cause de la diminution de l'écart de température entre l'interface et le liquide. Il est contrôlé par la température imposée par le module Peltier au fond de la cellule.

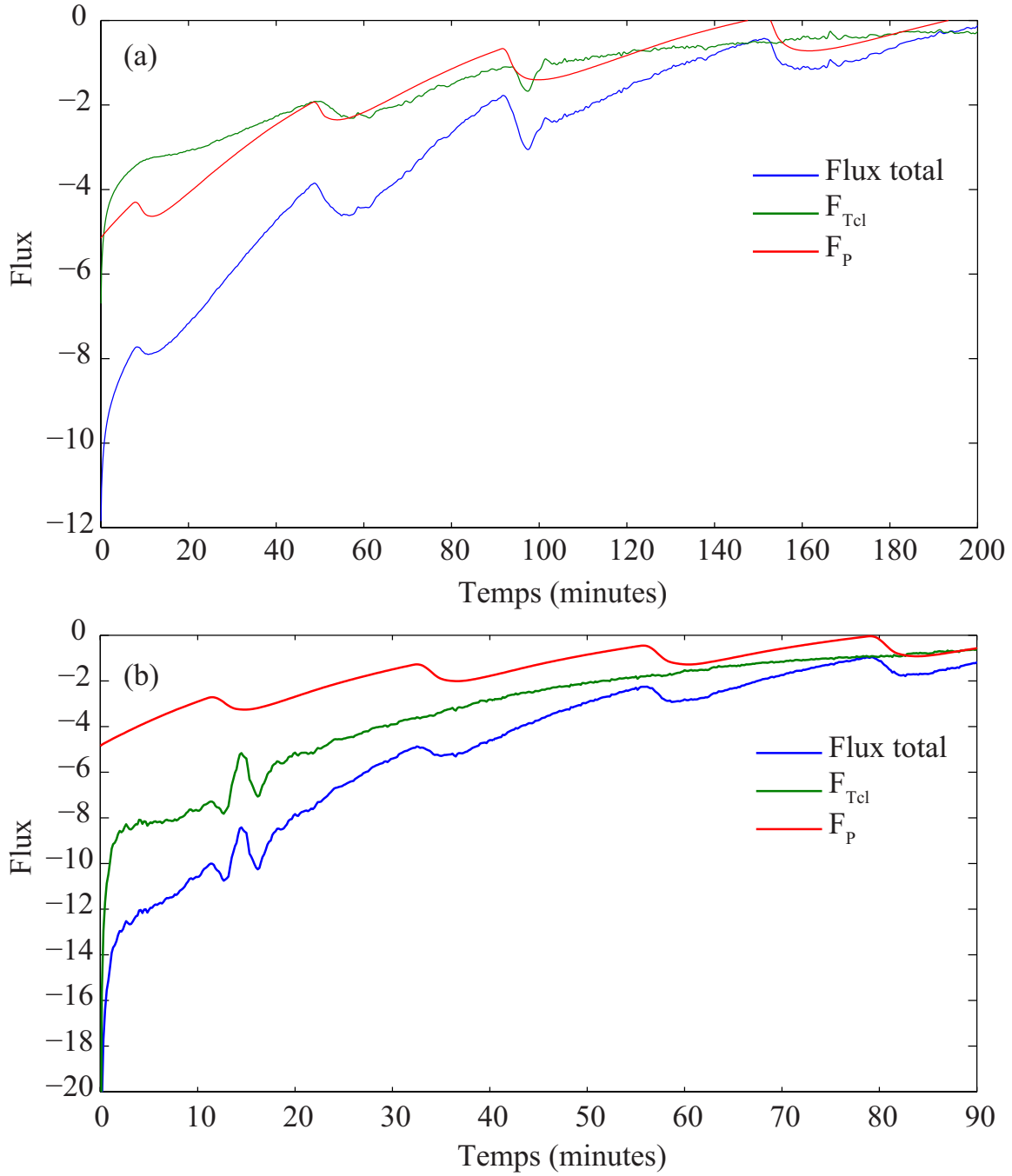


FIGURE 3.12 – Évolution du flux de chaleur adimensionné extrait du liquide à travers la zone dendritique $F_{T_{bl}}$ et les parois F_p à 13 g (a) et 478 g (b).

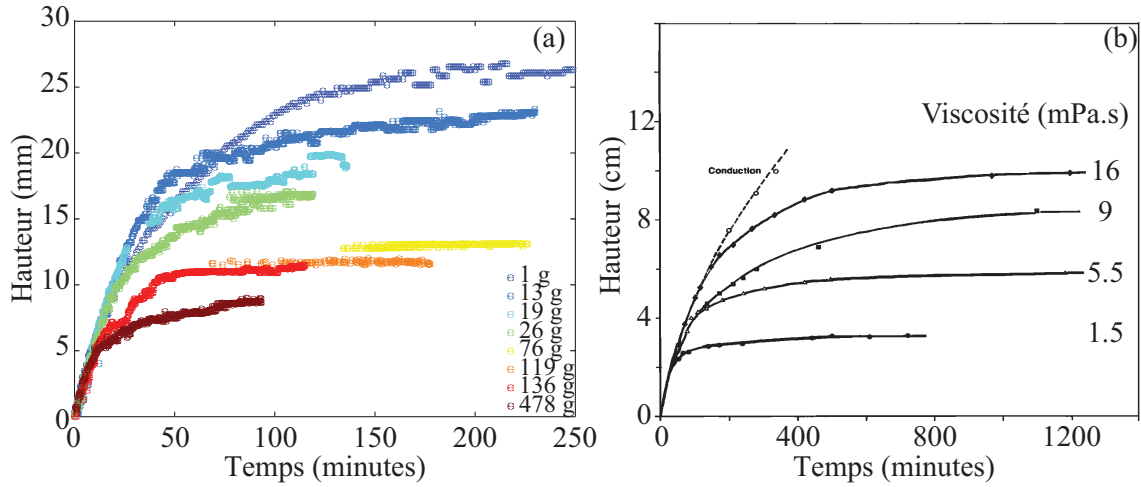


FIGURE 3.13 – Évolution de la hauteur du mush à différentes gravités (a) et différentes viscosités (b) (Tait and Jaupart, 1992).

3.1.3 Modèle global

La présence de cônes et de cheminées dans la zone dendritique des expériences à forte gravité nous incite à prendre en compte la convection interne dans la zone dendritique, et à mesurer son influence sur l'évolution de la hauteur et de la température. Nous avons aussi remarqué que la hauteur de la zone dendritique tend vers une valeur constante qui dépend de la gravité. Ce plateau peut être expliqué grâce à la convection globale qui favorise la cristallisation dans l'intérieur de la zone dendritique au lieu de celle à l'interface, favorisant ainsi l'augmentation de la fraction solide. Tait and Jaupart (1992) ont déjà testé l'influence de la convection sur la hauteur d'une zone dendritique. En changeant la viscosité, ils trouvent que la hauteur augmente quand la viscosité augmente. La hauteur est respectivement de 10 mm et 3 mm quand la viscosité passe de 16 mPa.s à 1.5 mPa.s (Fig. 3.13).

Cependant, le deuxième modèle explique assez bien les observations, sauf la présence des cheminées et donc de la convection interne. De plus, le flux à travers les parois est non négligeable et joue un rôle important dans le contrôle thermique de l'expérience. A faible gravité, ce flux a un effet plus important, ce qui pourrait expliquer la présence préférentielle des cheminées le long des parois. A forte gravité, des cheminées sont observées au centre de l'expérience et F_p est moins prépondérant (Fig. 3.12).

Dans ce modèle globale, nous avons couplé les équations du deuxième modèle en additionnant le flux dû à la convection interne, et celui dû à la convection de la couche

limite.

3.1.3.1 Mise en équations

La conservation de la chaleur et de la composition dans le liquide s'écrit alors

$$\left(\frac{M_{tot}}{\mathcal{A}} - \bar{\rho}h\right)\dot{c}_l = -F_{C_{bl}} - F_{C_{ch}} \quad (3.24)$$

et

$$C_{pl}\left(\frac{M_{tot}}{\mathcal{A}} - \bar{\rho}h\right)\dot{T}_l = -F_{T_{bl}} - F_{T_{ch}}. \quad (3.25)$$

Le flux solutal $F_{C_{ch}}$ est proportionnel au nombre de Rayleigh dans la zone dendritique R_m (Wells et al., 2010, 2011, 2013; Rees Jones and Worster, 2013) et est donné par

$$F_{C_{ch}} = \gamma \left(\frac{c_i - c_b}{h}\right) (R_m - R_c) \kappa_l \rho_l. \quad (3.26)$$

$R_c = 25$ est le nombre de Rayleigh critique et est déterminé expérimentalement par Tait and Jaupart (1992). De plus, le flux de chaleur est exprimé par

$$F_{T_{ch}} = \gamma \frac{(T_i - T_b)}{h} (R_m - R_c) k_l. \quad (3.27)$$

Le paramètre γ est fonction du nombre C et est déterminé expérimentalement par Wells et al. (2011). C est un nombre sans dimension et exprime la différence de concentration entre les phases solides et liquides.

$$C = \frac{c_s - c_0}{c_0 - c_B} = 11.5 \quad (3.28)$$

Pour $C = 11.5$, γ est d'environ 0.023. Le nombre de Rayleigh de la zone dendritique s'exprime en fonction de la hauteur et de la perméabilité (voir l'équation 2.13) comme

$$R_m = \frac{\beta^* \Delta c \Pi_0 h g}{\nu \kappa_l} \quad (3.29)$$

avec $\beta^* = \beta - \Gamma\alpha$ est le coefficient d'expansion lié aux changements de température et de concentration.

3.1.3.2 Adimensionnement

Les mêmes adimensionnements que dans le modèle 2 permettent d'exprimer le système d'équations différentielles de la conservation de chaleur et de soluté dans le liquide, de la conservation de chaleur et de soluté globales, ainsi que la loi cinétique de croissance

$$\begin{aligned}
 \dot{h} &= \mu(\chi_l - \theta_i)^2 \\
 (1 - \frac{\bar{\rho}}{\rho_l}h)\dot{\chi}_l &= -\gamma \left(\frac{\chi_i - \chi_b}{h} \right) (R_m - R_c) - Nu_\chi(\chi_l - \chi_i)^{\frac{4}{3}} \\
 (1 - \frac{\bar{\rho}}{\rho_l}h)\dot{\theta}_l &= -\gamma \frac{(\theta_i - \theta_b)}{h} (R_m - R_c) - Nu^\star(\theta_l - \theta_i)(\chi_l - \chi_i)^{\frac{1}{3}} \\
 \left[S \frac{\rho_s}{\rho_l} - \left(\frac{\rho_s C_{ps}}{\rho_l C_{pl}} - 1 \right) \langle \theta \rangle - \left(1 - \frac{\rho_s}{\rho_l} \right) \theta_l \right] \dot{\hat{h}\phi} &= (1 - \frac{\bar{\rho}}{\rho_l}h)\dot{\theta}_l + \dot{h} [\langle \theta \rangle - \theta_l] \\
 &\quad + h \langle \dot{\theta} \rangle \left[1 + \phi \left(\frac{\rho_s C_{ps}}{\rho_l C_{pl}} - 1 \right) \right] \\
 &\quad + \frac{\bar{k}}{k_l} \frac{\theta_i - \theta_b}{h} \\
 -\frac{\dot{\chi}_i}{2} h (1 - \phi) &= (1 - \frac{\bar{\rho}}{\rho_l}h)\dot{\chi}_l + \dot{h} [\langle \chi \rangle - \chi_l] \\
 &\quad - \dot{\hat{h}\phi} \left[\frac{\rho_s}{\rho_l} (\chi_l - \chi_s) + \langle \chi \rangle - \chi_l \right] \\
 &\quad + h (1 - \phi) \frac{\dot{\chi}_b}{2}
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

3.1.3.3 Comparaison aux résultats expérimentaux

La convection de couche limite tend à être remplacée par la convection interne grâce aux cheminées. Chen and Chen (1991) observent que les *doigts de sel* coexistent avec les cheminées durant 10 min. La convection de couche limite (*doigts de sel*) s'arrête au bout de 30 min, tandis que la convection interne (panaches) débute après 20 min (Fig. 3.14). Dans nos expériences en centrifugeuse, il est impossible de déterminer le début de la convection interne. En revanche, dans l'expérience à 1 g, nous avons observé la coexistence des deux convections, sans toutefois pouvoir déterminer quand la convection de couche limite s'arrête.

La convection interne est contrôlée par la gravité et la perméabilité. La perméabilité tend à diminuer avec la gravité à cause de l'augmentation de la fraction solide et de la diminution de l'espacement interdendritique. Dans l'expérience à 478 g et

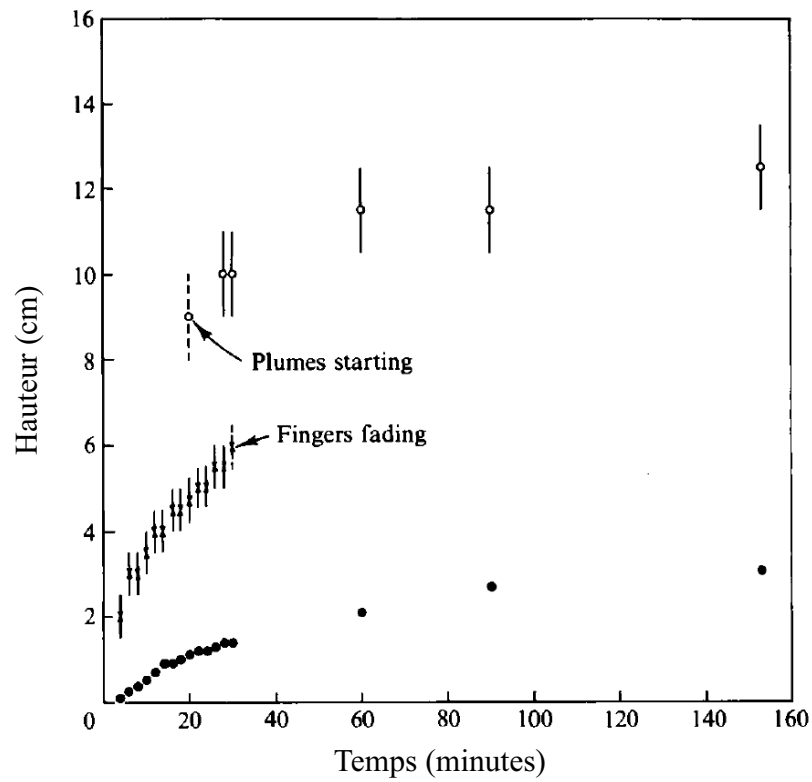


FIGURE 3.14 – Évolution de la hauteur du mush, des *doigts de sel* et des panaches (Chen and Chen, 1991). La convection de couche limite s'arrête au bout de 30 min tandis que la convection interne débute après 20 min.

1300 g, des cheminées sont bien présentes, ce qui atteste de la convection interne. La convection interne démarre quand le Rayleigh devient sur-critique. Mais la convection interne peut être sous critique, une fois qu'elle a commencé. La présence des cheminées, créées par la remontée du liquide moins dense et la fusion des dendrites devant lui, favorise la convection interne. Cependant, il est difficile d'estimer à partir de quand la convection solutale s'arrête.

Nous pouvons comparer ce modèle à une expérience menée à 13 g. L'évolution de la hauteur de la zone dendritique est en meilleur accord dans la figure 3.15a que dans la figure 3.8. Cependant, l'ajout de la convection interne a un effet moins important sur l'évolution de la température dans le liquide. Après environ 30 min, le Rayleigh critique est dépassé 3.15c. Le flux de chaleur $F_{T_{bl}}$ chute brutalement quand la convection devient active, mais il reste cependant toujours plus grand que $F_{T_{ch}}$. A 1 g, l'influence des parois n'est pas négligeable.

A 478 g, le modèle est en très bon accord avec l'évolution de la hauteur et de la température (Fig. 3.16a). Dans les 10 premières minutes, l'épaisseur du mush croît plus rapidement dans le modèle que dans l'expérience. La différence de pente initiale est probablement due aux conditions initiales mal contraintes. La convection interne se met en place quasiment dès le début de la cristallisation du mush (Fig. 3.16c). Dans les 10 premières minutes, $F_{T_{ch}}$ est plus important que $F_{T_{bl}}$. Par la suite, $F_{T_{ch}}$ décroît plus rapide que $F_{T_{bl}}$. Toutefois, la fraction solide ϕ tend vers 50% alors qu'expérimentalement nous avons trouvé 40%. Malgré la plus forte fraction solide et l'espacement interdendritique plus petit que dans l'expérience à 1 g, le nombre de Rayleigh est plus grand et atteint 40 (Fig. 3.16)

La figure 3.17 présente les flux de soluté dus à la convection interne et la convection de couche limite, à 13 g et 478 g. $F_{c_{ch}}$ est environ 2 fois plus petit que $F_{c_{bl}}$ quelle que soit la gravité apparente. De plus, il faut noter que les flux de soluté sont beaucoup plus grands à forte gravité. Le flux de soluté total augmente plus avec la gravité que le flux de chaleur totale (Figs. 3.15 et 3.16).

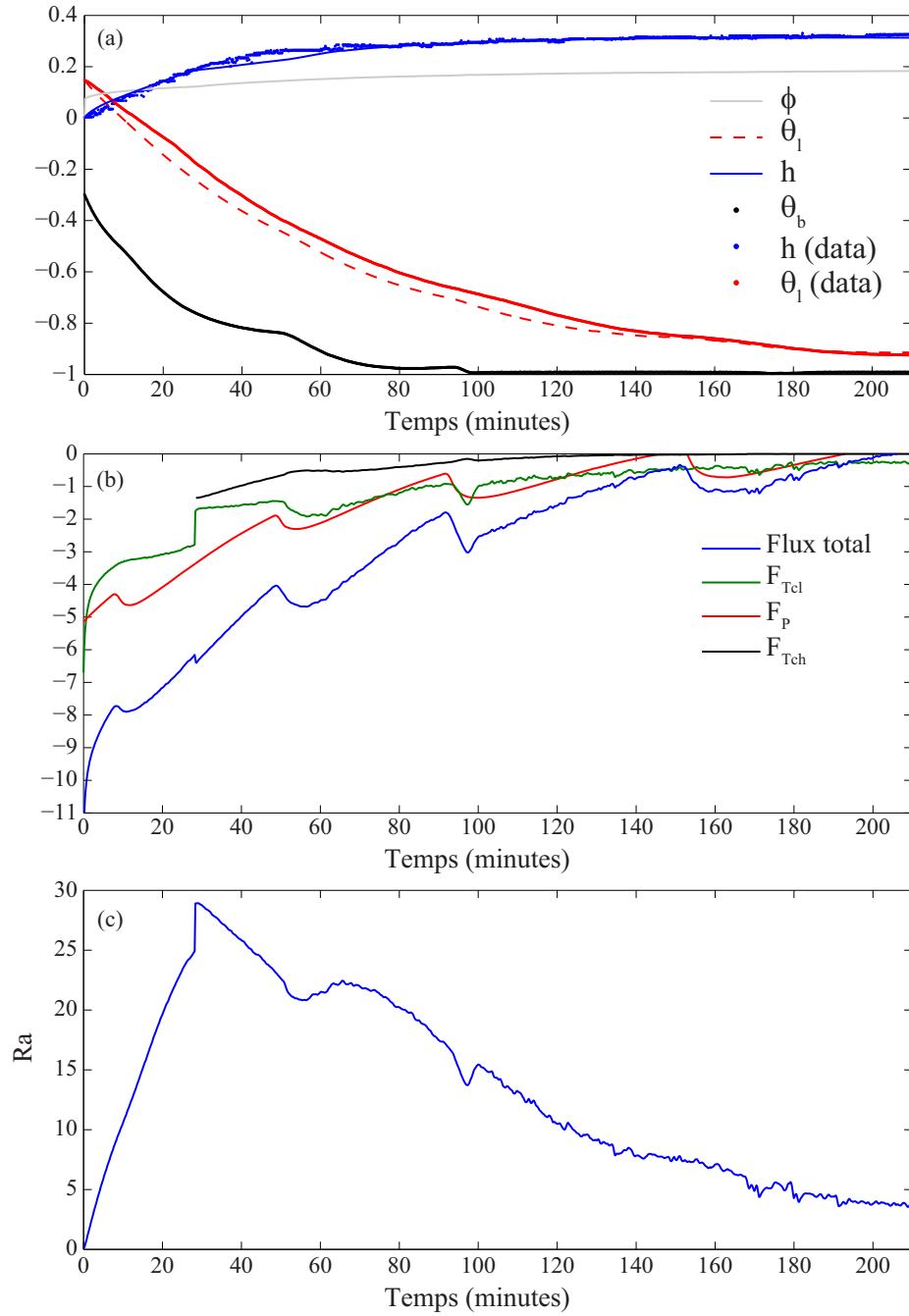


FIGURE 3.15 – Expérience à 1 g. (a) Comme la figure 3.8. (b) Comme la figure 3.12. La ligne noire est le flux de chaleur dû à la convection interne. (c) Évolution du nombre de Rayleigh dans le mush.

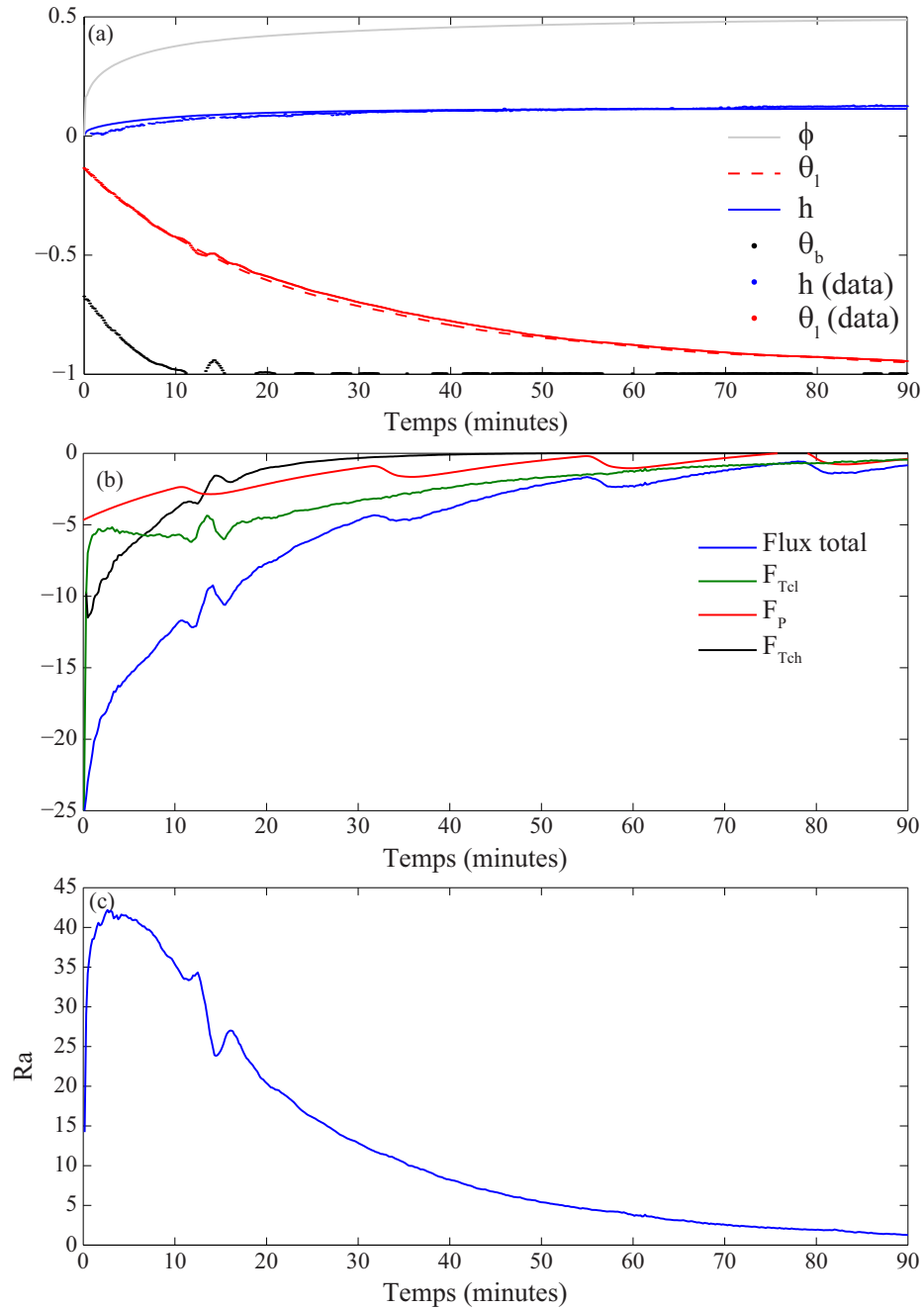


FIGURE 3.16 – Expérience à 478 g. (a) Comme la figure 3.8. (b) Comme la figure 3.12. La ligne noire est le flux de chaleur dû à la convection interne. (c) Évolution du nombre de Rayleigh dans le mush.

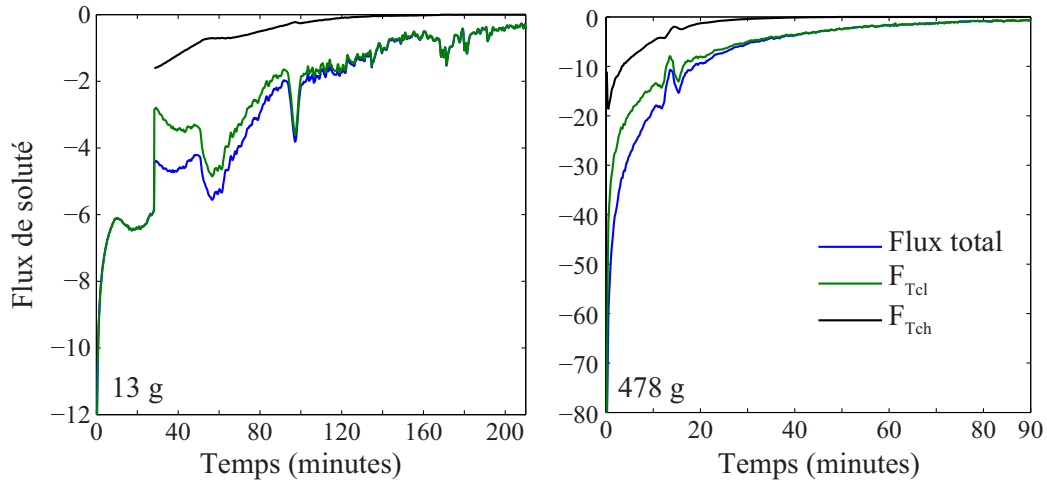


FIGURE 3.17 – Flux de soluté dus à la convection interne (ligne noire) et à la convection de couche limite (ligne verte).

3.2 Discussion et application à la graine

A l'ICB, la présence d'une zone dendritique a été proposée par Loper and Roberts (1981) et Fearn et al. (1981) puis confirmée par d'autres études (Shimizu et al., 2005; Deguen et al., 2007; Alexandrov and Malygin, 2011). Si un mush existe, la fraction solide sera très importante. Nous avons vu l'effet du forçage convectif imposé par l'hyper-gravité sur une zone dendritique - augmentation de la fraction solide, diminution de la hauteur et de l'espacement interdendritique. Ce forçage pour la graine est sûrement plus grand que dans nos expériences, ce qui laisse à penser que la zone dendritique est pauvre en liquide. D'après nos expériences, il semble que le nombre de Rayleigh augmente plus rapidement avec la gravité qu'il ne diminue, à cause de l'augmentation de la fraction solide et de la diminution de l'espacement interdendritique. La convection dans la zone dendritique permet alors d'atteindre des fractions solides proches de 1 si le forçage convectif est suffisant.

De plus, la compaction joue un rôle très important sur le mush à la surface de la graine (Sumita et al., 1996). Sous leur propre poids, les dendrites peuvent s'affaisser ce qui dépend de la vitesse de cristallisation et de la viscosité de la graine. La compaction entraîne aussi des changements de phase - cristallisation ou fusion (McKenzie, 1984, 2011; Šrámek et al., 2007). Il est possible d'estimer la hauteur du mush avant qu'il soit complètement compacté et que la fraction solide tende vers 1. Deguen et al. (2007) estiment cette épaisseur à 1 km. Il est alors possible d'estimer un nombre de Rayleigh

dans le mush en fonction de la perméabilité Π comme

$$Ra = \frac{\Delta\rho g H \Pi}{\mu \kappa} \quad (3.31)$$

où $g = 4.4 \text{ m s}^{-2}$ est la gravité à l'ICB, H est la hauteur de la zone dendritique, μ est la viscosité dynamique (10^{-2} Pa s) et κ est la diffusivité thermique ($2 \times 10^{-5} \text{ m s}^{-1}$). $\Delta\rho$ est la différence de densité du fer due au relâchement des éléments légers. Nous estimons le $\Delta\rho$ grâce à la pente du liquidus dans le mush. Cette pente dépend de la composition du noyau en éléments légers. $\Delta\rho$ est d'environ 0.7 kg m^{-3} pour un alliage Fe-Ni-S, 0.5 kg m^{-3} pour un alliage Fe-Ni-Si ou Fe-Ni-S, 0.26 kg m^{-3} pour un alliage Fe-O-S (Huang et al., 2011; Morard et al., 2013).

La perméabilité dépend de l'espacement interdendritique. Bergman and Fearn (1994) estiment une valeur à partir de l'espacement interdendritique mesuré dans une météorite et utilisent 100 m et 0.1 m. Deguen et al. (2007) estiment la valeur de l'espacement interdendritique à 10 m.

Le nombre de Rayleigh est supérieur au Rayleigh critique tant que ϕ est supérieure à 98.5%, quelle que soit le $\Delta\rho$ quand l'espacement interdendritique est de 100 m (Fig. 3.18). $\phi(Ra_c)$ diminue fortement avec l'espacement interdendritique, environ 94% pour $\lambda = 1m$ (Fig. 3.18). Bergman and Fearn (1994) ont aussi calculé le nombre de Rayleigh ($4 \cdot 10^5$ à $4 \cdot 10^9$) et affirment que la convection doit être très vigoureuse dans le mush.

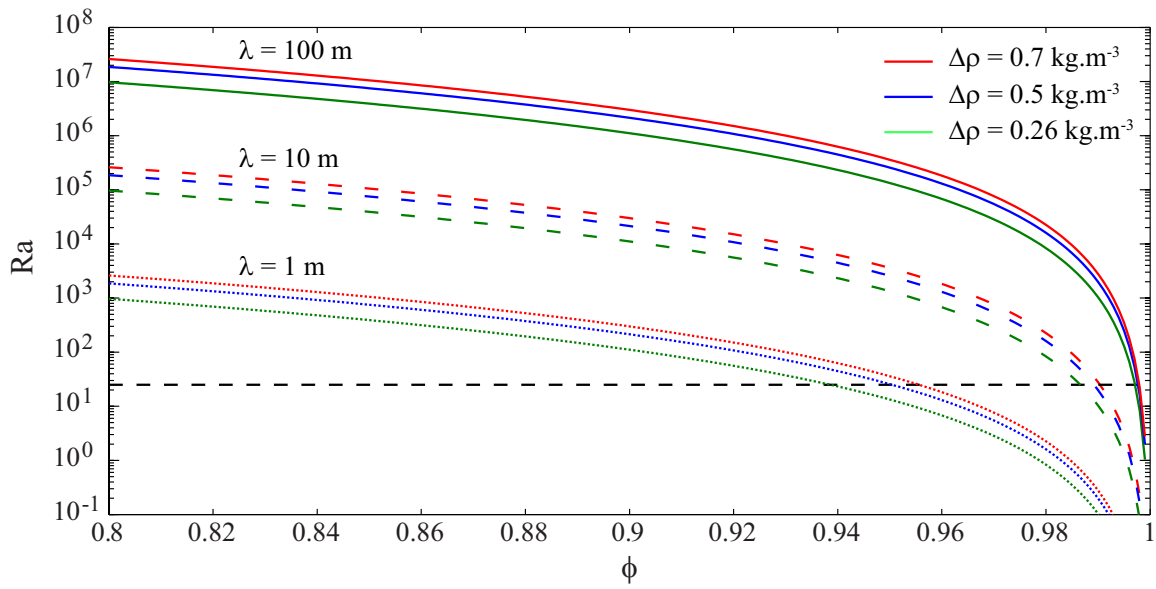


FIGURE 3.18 – Ra en fonction de la fraction solide dans une zone dendritique à la surface de la graine. Les différentes couleurs correspondent à différents $\Delta\rho$ (Huang et al., 2011; Morard et al., 2013). La ligne pointillée indique le Rayleigh critique ($Ra_c = 25$).

Convection sous hyper-gravité

Sommaire

4.1	Introduction	102
4.2	Dispositif expérimental	105
4.3	Résultats	110
4.3.1	Observation du gradient adiabatique	110
4.3.2	Mesure des fluctuations de pression	115
4.4	Discussion	118

4.1 Introduction

La convection compressible est présente dès qu'on parle de convection à l'échelle d'une planète (dans les couches externes comme internes) ou d'une étoile. Sans l'effet de la compressibilité, la température dans une zone convective est uniforme. L'effet de la compressibilité produit un gradient de température dans la zone convective dû à l'augmentation de la température avec la pression. L'hypothèse d'un mélange et d'une uniformisation de l'entropie dans une zone convective (Adams and Williamson, 1923), conjuguée à la variation essentiellement hydrostatique de la pression, produisent un gradient adiabatique de température. Le long de ce profil adiabatique ou isentropique, la chaleur est extraite par conduction. L'équation de conservation de l'entropie s'écrit (Landau and Lifshitz, 1960)

$$\rho T \frac{DS}{Dt} = \bar{\bar{\epsilon}} : \bar{\bar{\tau}} - \kappa \nabla \cdot Q \quad (4.1)$$

où $\bar{\bar{\epsilon}}$ et $\bar{\bar{\tau}}$ sont respectivement les tenseurs du taux de déformation et des contraintes, Q est le flux de chaleur et S est l'entropie. Rappelons la relation thermodynamique

$$dS = \frac{C_p}{T} dT - \frac{\alpha}{\rho} dP \quad (4.2)$$

avec C_p la capacité calorifique, α le coefficient de compressibilité thermique et ρ la masse volumique. La convection homogénéise rapidement l'entropie ($dS = 0$) car le temps de diffusion est court face au temps convectif. Alors le gradient adiabatique s'écrit

$$\frac{dT}{dP} = \frac{\alpha T}{\rho C_p}. \quad (4.3)$$

Pour un gaz parfait ($\alpha T = 1$) et en supposant que la gravité g est indépendante du rayon, nous pouvons écrire

$$\frac{dT}{dr} = \frac{g}{C_p}. \quad (4.4)$$

Grâce à l'équation 4.4, nous voyons l'intérêt des expériences sous forte gravité et de l'utilisation d'un gaz parfait, avec la plus petite capacité calorifique possible pour obtenir un fort gradient adiabatique dans des expériences de laboratoire. Pour cela, nous avons choisi d'utiliser le xénon ($C_p = 158 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$). Classiquement, dans les expériences de convection menées en laboratoire, le gradient adiabatique est absolument négligeable (2.5 mK m^{-1}). L'utilisation du xénon et d'une centrifugeuse permettant d'atteindre de très fortes gravités permet d'obtenir un gradient adiabatique de l'ordre

de $2 \times 10^3 \text{ K m}^{-1}$, ce qui est un facteur 10^6 plus important que dans des expériences de convection habituelles.

Ostrach (1952) et Gebhart (1962) étudient l'effet de la dissipation visqueuse sur la convection naturelle pour différents systèmes, et introduisent le nombre de dissipation Di qui quantifie l'influence de la dissipation visqueuse sur la convection

$$Di = \frac{\alpha g L}{C_p} \quad (4.5)$$

où L est la longueur typique. Ce nombre est relié au gradient adiabatique (Turcotte et al., 1974) car

$$\frac{dT}{dr} = Di \frac{T}{L}. \quad (4.6)$$

Ce nombre est très petit devant 1 dans les expériences de convection naturelle ou forcée classique en laboratoire, mais il ne l'est pas dans la convection à l'échelle d'une planète (0.6 dans le manteau) ou d'une étoile. Dans des expériences menées sous hyper-gravité, il est possible d'atteindre $Di = 0.3$. Le rôle de la dissipation est important dans le manteau. Le flux total surfacique de chaleur de la Terre est d'environ 46 TW, dont 8 TW dû au chauffage radioactif (Jaupart and Mareschal, 2007; Davies and Davies, 2010). Il est possible d'écrire la dissipation Φ comme (Hewitt et al., 1975)

$$\Phi = Di(1 - 0.5\mu)Q_s \quad (4.7)$$

où μ est le ratio du chauffage interne (0.7 dans le manteau) et Q_s est le flux de chaleur convectif du manteau (36 TW). Alors la dissipation est d'environ 12 TW, ce qui est du même ordre de grandeur que Q_s . Cependant, Backus (1975) et Jones and Kuzanyan (2009) montrent que la dissipation peut être plus grande que le flux de chaleur F que traverse le système, et est limitée seulement par

$$F \frac{T_{bottom} - T_{top}}{T_{top}}. \quad (4.8)$$

La convection dans la Terre est habituellement étudiée grâce à l'approximation de Boussinesq, et qui ne prend pas en compte les effets de compressibilité. Cependant, de plus en plus d'études utilisent d'autres approximations comme l'approximation anélastique (Ogura and Phillips, 1962), ou l'approximation anélastique liquide (Anufriev et al., 2005; Jones and Kuzanyan, 2009). Dans l'atmosphère des planètes géantes, l'effet de la compressibilité joue un rôle important sur la convection déjà contrôlée par la rotation. Dans le cas compressible, la vitesse de la convection est très forte dans les couches externes alors que dans le cas Boussinesq, la convection s'est développée

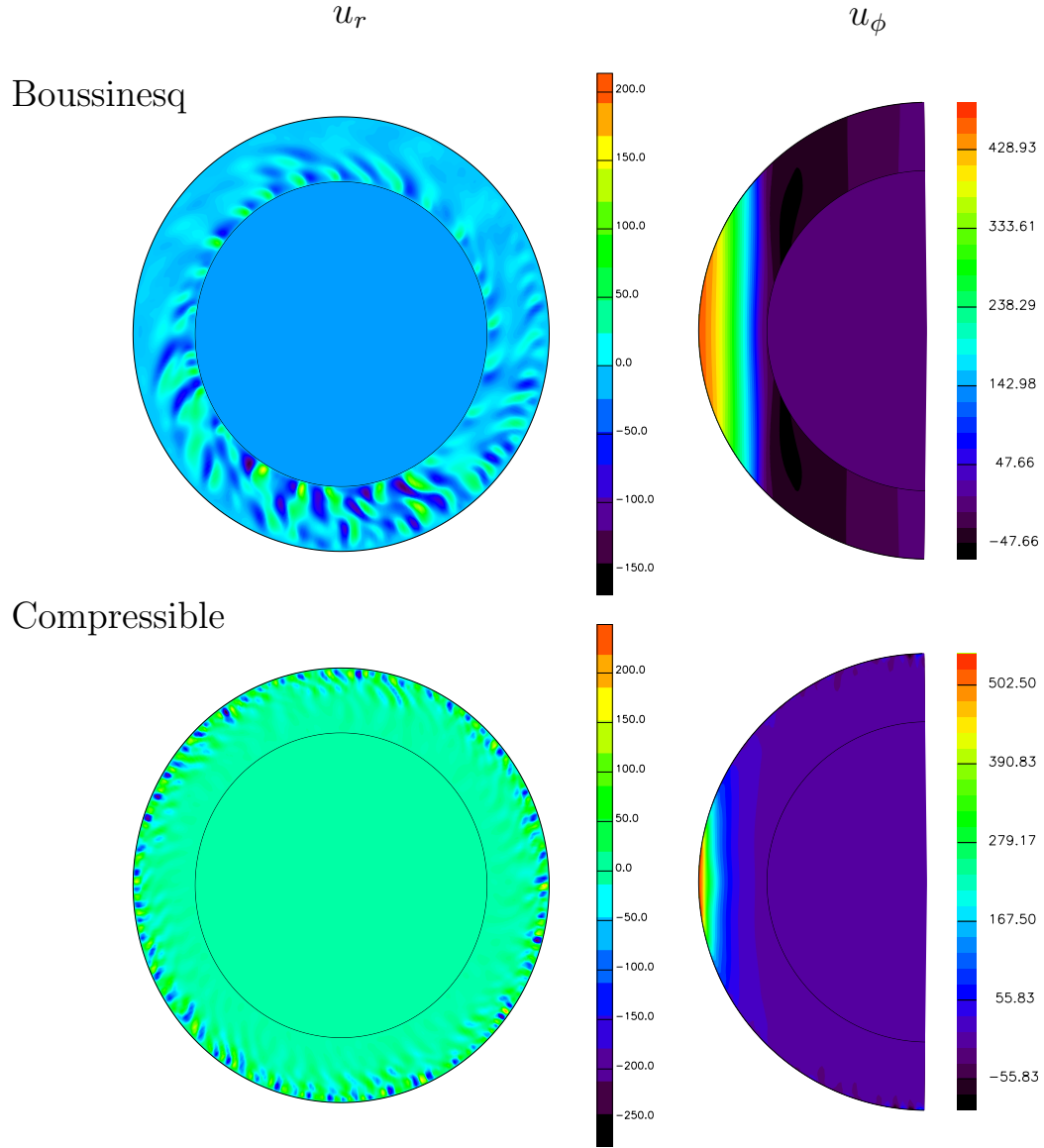


FIGURE 4.1 – Comparaison entre l’approximation de Boussinesq (en haut) et anélastique liquide (en bas) dans la convection dans l’atmosphère d’une planète géante (Jones and Kuzanyan, 2009).

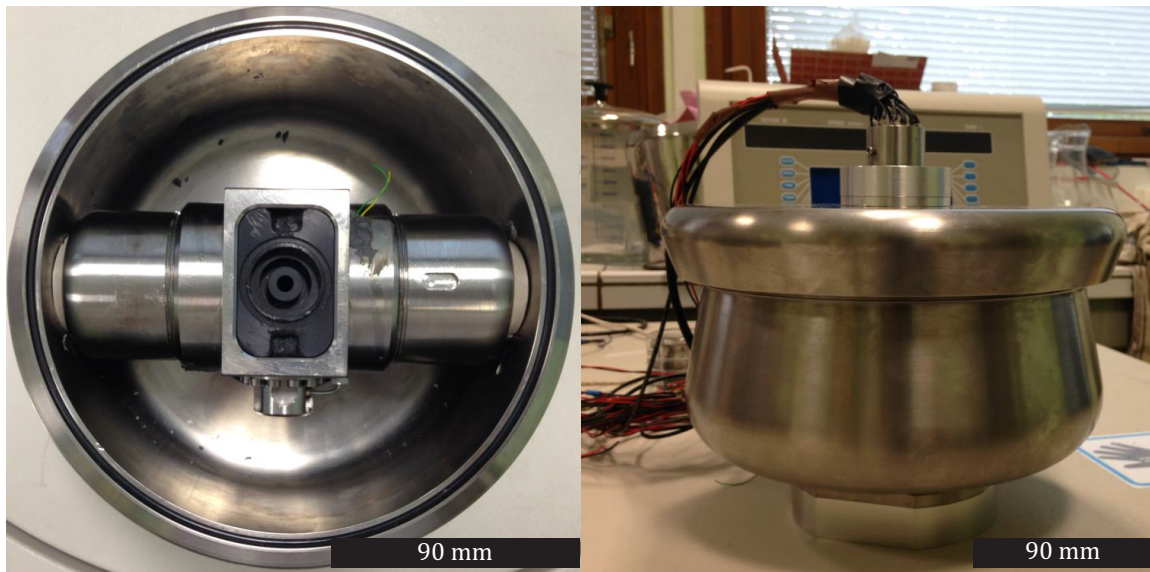


FIGURE 4.2 – Rotor Beckman-Coulter JCF-Z capable d’atteindre des vitesses de 20000 RPM. A l’intérieur du rotor, il y a une cellule et son contrepoids fixés au support central. Au-dessus du couvercle, un collecteur tournant Michigan Scientific S10 permet la transmission des données vers les cartes d’acquisition grâce à ces 10 voies.

dans toute la couche (Fig. 4.1). Étudier la convection compressible expérimentalement permettra de valider l’utilisation de ces approximations, ce qui n’a jamais été fait auparavant, et d’apporter des éléments en faveur d’une ou l’autre approximation.

Dans ce chapitre, je présente le dispositif expérimental qui a été développé et conçu pendant ma thèse. Je présente ensuite les résultats préliminaires que j’ai obtenus et ceux obtenus par un stagiaire, Thomas Le Reun. Enfin, je discute des perspectives de ce travail dans le futur et des développements à mener.

4.2 Dispositif expérimental

Pour ces expériences sous hyper-gravité, il a été nécessaire d’utiliser un rotor capable d’atteindre des vitesses encore plus hautes que celles du précédent rotor, c’est à dire 20000 RPM ce qui équivaut à 35 000 g. Le rotor Beckman-Coulter JCF-Z en titane a été modifié pour accueillir la cellule et son contrepoids, ainsi qu’un support central capable de supporter la carte électronique et la mini-vanne (Fig. 4.2). Nous

avons conçu une cellule capable de résister à la forte gravité apparente, et capable d'être étanche à des pressions de 60 bar. La charge maximale du rotor est 1.5 kg, ce qui nous a contraint à utiliser du titane pour la cellule car il est aussi résistant que de l'acier mais deux fois moins dense. La cellule a été conçue et réalisée avec l'aide du bureau d'études de l'ENS Lyon et Marc Moulin. La cellule est composée d'un godet en titane et d'une isolation en plexiglas (Fig.4.3a,b,c). Le fond du godet extérieur est en contact thermique avec le rotor pour permettre le bon transfert de chaleur vers le module Peltier placé dans la cellule (Fig.4.4). La température est mesurée par 9 sondes PT1000 également réparties sur toute la hauteur de la cellule, deux autres sondes mesurent la température de chaque face du Peltier et une dernière sonde est placée sur le support central pour mesurer la température de la paroi extérieure en titane. Un capteur de pression différentielle Honeywell 24PCEFA6D (Fig. 4.3e) est placé sur une de face de la cellule. Il mesure la différence de pression entre l'intérieur de la cellule et l'extérieur, c'est à dire entre l'isolant thermique en plexiglas et le godet en titane. Nous supposons qu'il n'y a aucune variation de pression à cet endroit à l'échelle de temps de variations de pression dues à la convection dans la cellule. Nous avons aussi utilisé des sondes ultrasonores basses fréquences (300 kHz) dans le but d'envoyer des sweeps pour mesurer la vitesse du son et les fluctuations de températures. Malheureusement, ces sondes n'ont pas survécu aux fortes gravités imposées et n'ont fourni aucun résultat.

Le godet de la cellule est rendu complètement étanche par un joint torique et du téflon sur le filetage. Une mini-vanne a été fixée sur le côté du support central pour permettre le remplissage de la cellule. Un trou, permettant le passage des fils des sondes de températures, a été bouché grâce à une colle epoxy qui s'est avérée efficace pour combler les fuites. Cependant, cette solution empêche tous les remplacements des sondes sans devoir découper les fils et usiner l'epoxy. La mise sous pression de la cellule a été un travail de longue haleine car le montage ne retenait pas la pression imposée dans les premiers essais.

Nous avons conçu une carte d'électronique embarquée (Fig. 4.3d) capable de gérer les signaux des sondes. Nous avons toujours la même contrainte du nombre de voie limité (10) que supporte le collecteur tournant. Cette carte a été réalisée avec l'aide de Michael Bergman durant son séjour dans notre labo, de Franck Ropars, ingénieur d'étude au laboratoire de physique de l'ENS et de Patrick La Rizza (ISTerre). Elle est constituée d'un multiplexeur contrôlé par un flip-flop et une horloge, et de deux régulateurs de tension. Toutes les sorties du multiplexeur, où sont connectées les sondes de températures et la sonde de pression, sont balayées à 70 Hz. Un signal de déclenchement permet de détecter le début du signal qui est acquis toutes les

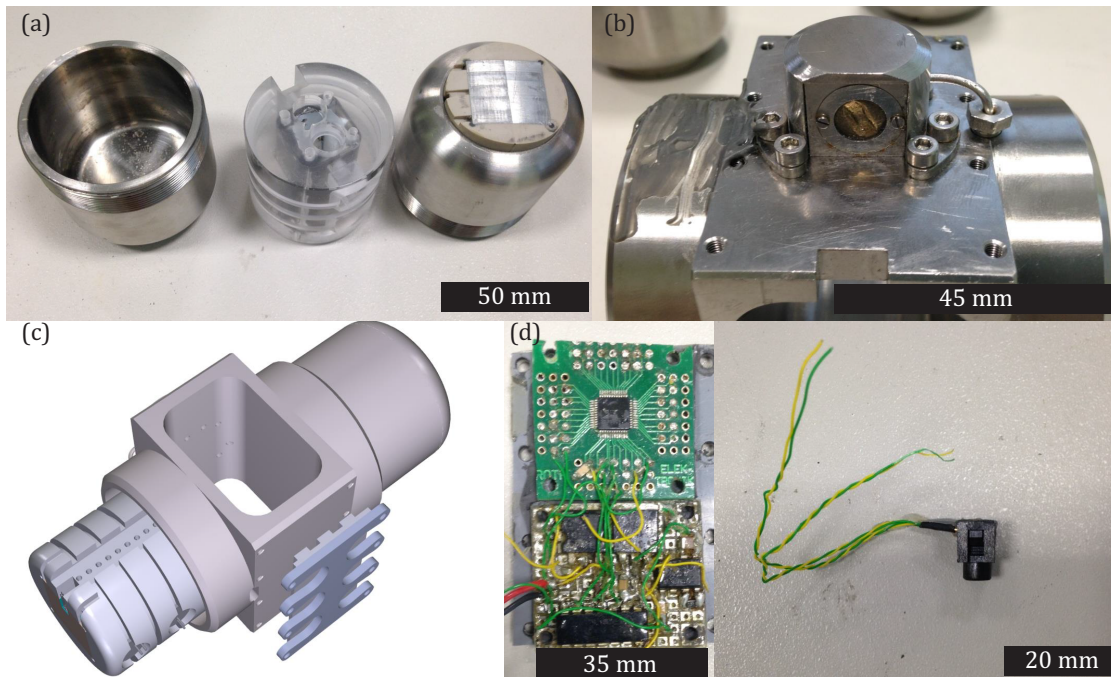


FIGURE 4.3 – La cellule (a et c) est composée d'un godet vissé sur le support central et d'une partie isolante en plexiglas qui supporte les sondes de températures et de pression (e). Une vue de la mini-vanne qui permet de remplir la cellule de gaz (b). La carte électronique embarquée (d) permet de générer les signaux de températures et de pression. Elle est fixée sur le côté du support central.

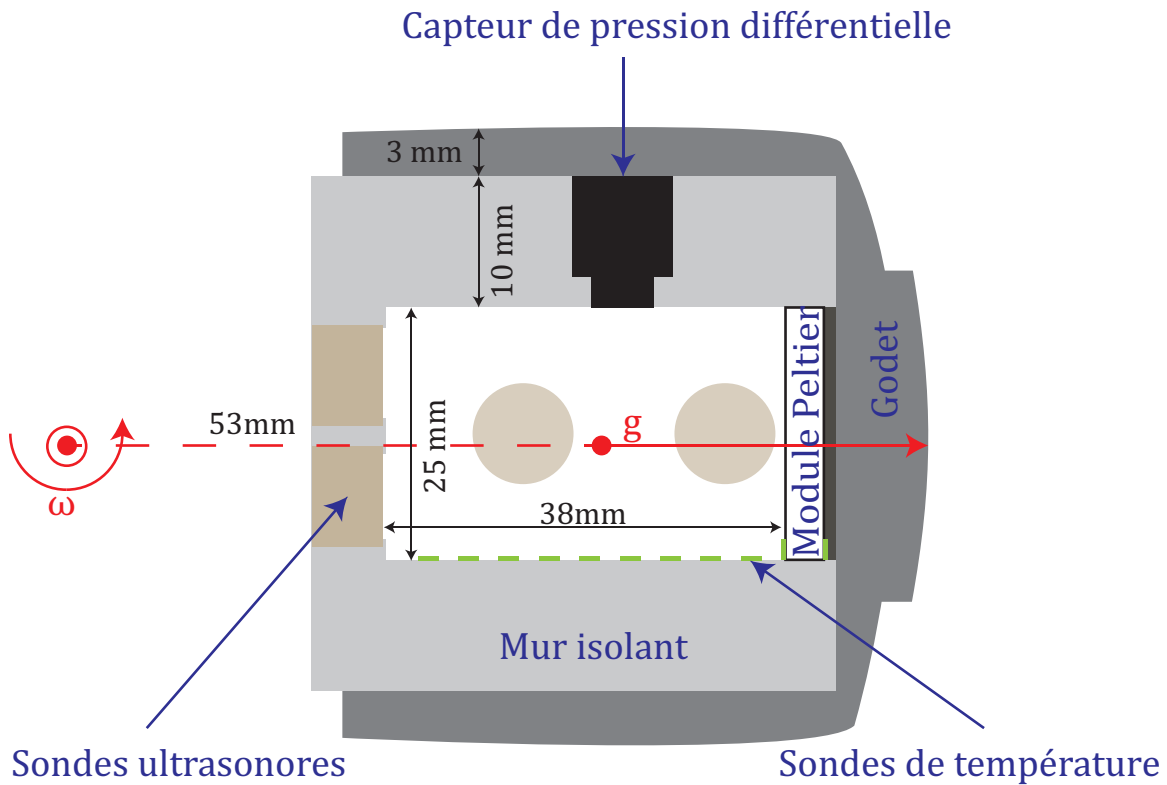


FIGURE 4.4 – Coupe perpendiculaire à l'axe de rotation de la cellule. Le godet en titane contient des murs en plexiglas qui permettent une isolation thermique du gaz. Sur ces murs, nous avons fixé 9 sondes de températures, 2 paires de sondes ultrasonores et un capteur de pression différentielle

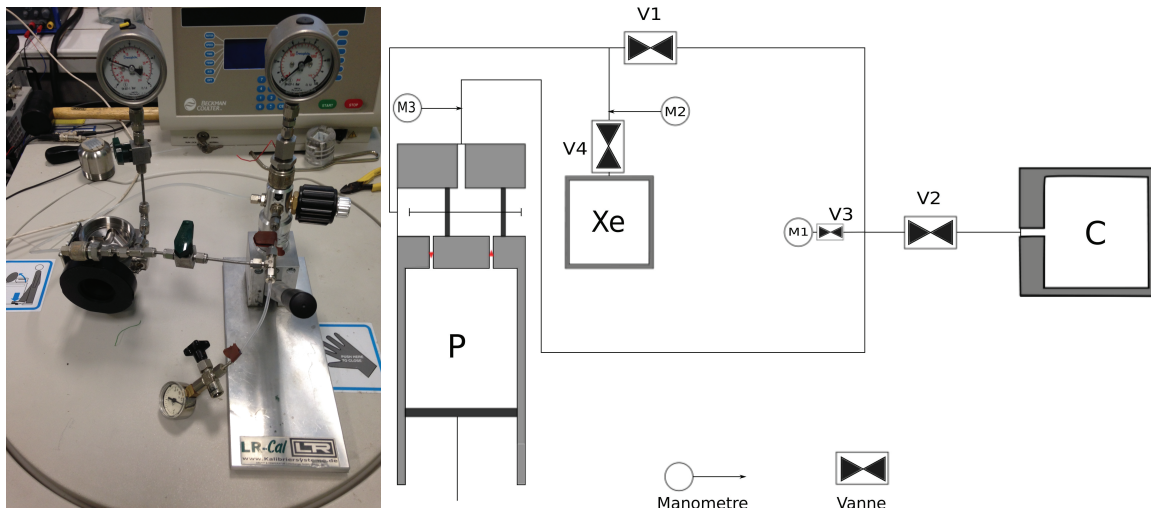


FIGURE 4.5 – A gauche, la pompe manuelle LR-Cal LPP 60-T et le schéma de principe (Le Reun, 2013) pour réaliser la mise sous vide et le remplissage de la cellule.

0.75s par une carte d'acquisition lente NI USB-6211. Un programme Labview gère ces acquisitions et permet une visualisation en direct de la température et de fluctuations de température. Ce programme contrôle aussi une boucle PID qui permet de contrôler la température imposée au fond de la cellule par le module Peltier.

Nous avons utilisé une pompe manuelle de calibration LR-Cal LPP 60-T (Fig. 4.5a) pour réaliser la mise sous vide et le remplissage de la cellule. Des modifications ont été apportées pour détourner l'utilisation principale de la pompe qui est la calibration de manomètres sous vide ou sous pression d'air. Notre but a été de faire un montage permettant le pompage de xénon à partir de sa bouteille, elle-même sous pression à 1 MPa. La pompe atteint une pression maximale de 6 MPa et un vide partiel -0.095 MPa. Nous avons abouti à ce schéma de principe (Fig. 4.5b) où "C" est la cellule, "P" la chambre de la pompe et "Xe" la bouteille de xénon. Trois vannes et trois manomètres ont été nécessaires à la mise en place du système.

Le tableau 4.1 résume les différentes propriétés du xénon. La densité est directement proportionnelle à la pression et ne dépend pas de la température entre 0.1 MPa et 4 MPa. La conductivité thermique du xénon augmente légèrement avec la pression (Vargaftik, 1993). Sa valeur est doublée à 6 MPa. La viscosité dynamique dépend très peu de la température et de la pression (Hanley et al., 1974).

	à 300 K	0.1 MPa	2 MPa
Masse volumique (kg m^{-3})		5.5	110
Conductivité thermique ($\times 10^{-3} \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$)		5.6	6.5
Viscosité dynamique ($\times 10^{-5} \text{ Pa s}$)		2.3	2.4
Viscosité cinématique ($\times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$)		4.2	0.22

TABLE 4.1 – Propriétés physiques du xénon à 300 K et 0.1 MPa ou 2 MPa (Hanley et al., 1974; Vargaftik, 1993).

4.3 Résultats

Dans cette partie, nous présentons les résultats des expériences réalisées à 2100, 2900 et 4300 g ce qui correspond respectivement à une vitesse de rotation de 6000, 7000, 8500 RPM. La gravité est définie à partir du rayon moyen de la cellule 5.3 cm

4.3.1 Observation du gradient adiabatique

Dans la cellule, le chauffage par le bas produit une convection vigoureuse. Un profil de température adiabatique a été observé à différentes gravités et pour différents flux de chaleur. L'écart de température dû au profil adiabatique augmente quand la gravité apparente ou le flux de chaleur augmentent (Fig. 4.8). Cependant le profil de température adiabatique observé est différent de celui prédit par l'équation théorique

$$T = \frac{\omega^2}{2C_p}(r^2 - r_f^2) + T_f \quad (4.9)$$

où ω est la vitesse de rotation, C_p est la capacité calorifique du xénon, r est le rayon et r_f et T_f sont la rayon et la température à la surface du module Peltier.

L'atténuation du profil peut être due à l'effet des parois sur la mesure de la température. En effet, les sondes de température étant collées à la surface mesurent une température moyenne entre celle du gaz et celle de la surface. La chaleur contenue dans les parois ne peut pas être négligée car la capacité calorifique du gaz est très faible. Pour déterminer la température de l'interface gaz/paroi, nous avons réalisé un bilan thermique du flux traversant la couche limite du gaz et celui venant de la paroi (Fig. 4.6). Nous pouvons donc écrire

$$\lambda_p \frac{T_w - T_p}{e} = \lambda_g \frac{T_g - T_w}{\delta} \quad (4.10)$$

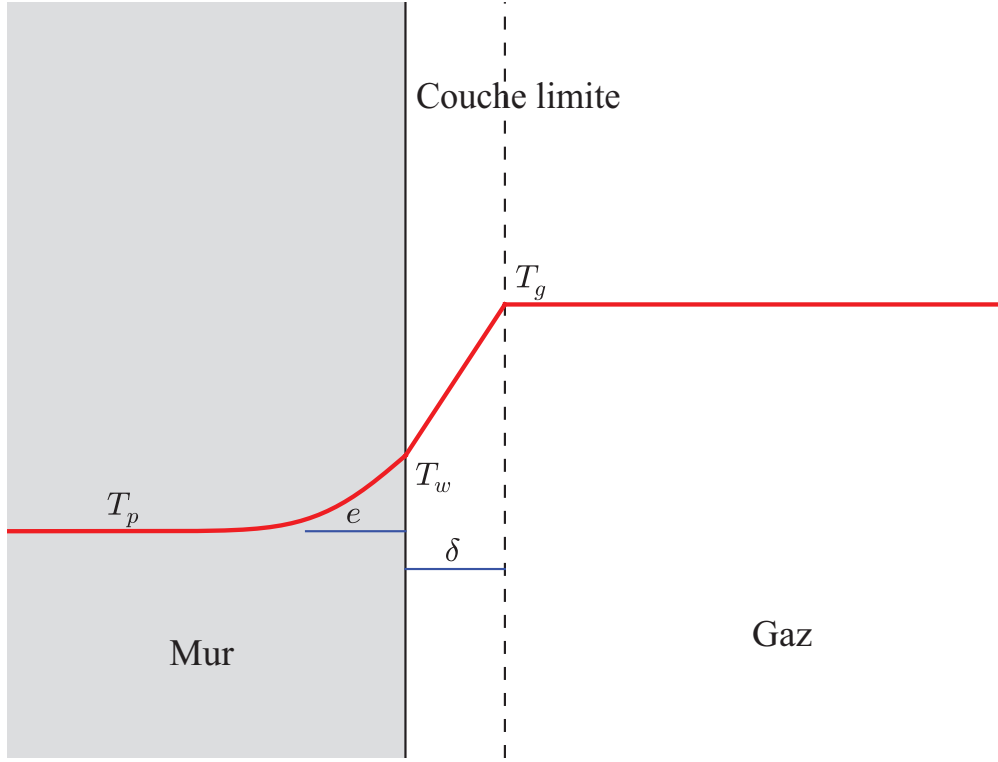


FIGURE 4.6 – Vue schématique des couches limites dans le gaz et dans le plexiglas.

où λ_p et λ_g sont respectivement la conductivité thermique du plexiglas et du xénon, e et δ sont l'épaisseur des couches thermiques et T_w , T_p et T_g sont respectivement les températures de l'interface, du plexiglas et du gaz. Alors nous pouvons écrire la température de l'interface comme

$$T_w = \frac{1}{1 + N}(T_g - NT_p). \quad (4.11)$$

N est alors le rapport des conductivités et des épaisseurs de couches limites.

$$N = \frac{\delta\lambda_p}{e\lambda_g} = \frac{\delta\lambda_p}{e\lambda_g} \left(\frac{Ra_c}{Ra} \right)^{1/3} \quad (4.12)$$

e est l'épaisseur sur laquelle la chaleur du gaz a diffusé dans la paroi en plexiglas et est proportionnelle à $\sqrt{\kappa_p t}$. Cette épaisseur atteint rapidement l'épaisseur de la paroi $d = 1$ cm. L'épaisseur de la couche limite du gaz est plus difficile à estimer. En considérant une convection Rayleigh-Bénard sans rotation, cette épaisseur est proportionnelle à $\left(\frac{Ra_c}{Ra} \right)^{1/3}$. Le nombre de Rayleigh Ra quantifie l'importance de la

convection par rapport aux forces visqueuses et dissipatives et s'écrit habituellement

$$Ra = \frac{\alpha g \Delta T L^3}{\nu \kappa} \quad (4.13)$$

où α est le coefficient d'expansion thermique, g est la gravité apparente, L est la hauteur de la cellule, ΔT est l'écart de température suradiabatique, ν est la viscosité et κ est la diffusivité thermique.

Le coefficient N est lié au coefficient d'amortissement du gradient a par

$$T = a \frac{\omega^2}{2C_p} (r^2 - r_f^2) + T_f = \frac{1}{1 + N} \frac{\omega^2}{2C_p} (r^2 - r_f^2) + T_f. \quad (4.14)$$

Nous avons déterminé N à partir de l'équation (4.12). Nous l'avons aussi calculé à partir du meilleur fit qui permet de retrouver le gradient adiabatique théorique. La figure 4.7 montre que notre hypothèse semble fautive pour des flux faibles quelle que soit la gravité apparente. Cependant, quand le flux extrait est important, l'hypothèse semble correcte. De plus, le facteur N diminue quand la gravité devient plus grande, ce qui est contraire à notre hypothèse de départ. Toutefois, il est intéressant de noter que le facteur N semble s'aligner sur des droites de mêmes pentes pour différentes gravités. Dans la figure 4.8, nous avons choisi de présenter les profils de température mesurés et ceux corrigés par le facteur N qui présente le meilleur fit, car le N théorique n'explique pas l'écart de notre profil au profil théorique. Le gradient adiabatique devient plus important quand la gravité augmente. Pour le flux extrait d'environ 3 W (en haut), l'écart entre la courbe verte et rouge est plus faible que pour les petits flux (environ 1 W) en bas). Les trois dernières sondes ne suivent pas le profil adiabatique. Le gradient de température observé est plus faible, voire nul, quand le flux extrait par le bas est fort. Notre première hypothèse est de supposer que la convection ne s'installe pas dans toute la cellule à cause de pertes de chaleur sur le côté. Il y aurait donc une zone convective et une zone diffusive. Cependant, l'augmentation du flux de chaleur d'un facteur 3 ou plus ne change pas la hauteur de cette zone, mais juste le profil de température. La deuxième hypothèse est de considérer la dissipation. Il est possible que le gradient sous-adiabatique soit dû à la dissipation, mais cela reste une hypothèse à explorer.

Il est possible de calculer le nombre de Rayleigh et le nombre de Nusselt à partir des paramètres des expériences. Le nombre de Nusselt est le rapport entre flux convectif Φ_{cv} et le flux conductif Φ_{cd} . Le flux convectif est le flux généré par le module Peltier. Pour le connaître, il faut mesurer la température des deux faces, sa tension et son ampérage. Ces deux derniers ont été mesurés seulement à 4300 g à cause d'un mauvais enregistrement. Cependant, aux autres gravités, la tension et l'ampérage sont connus

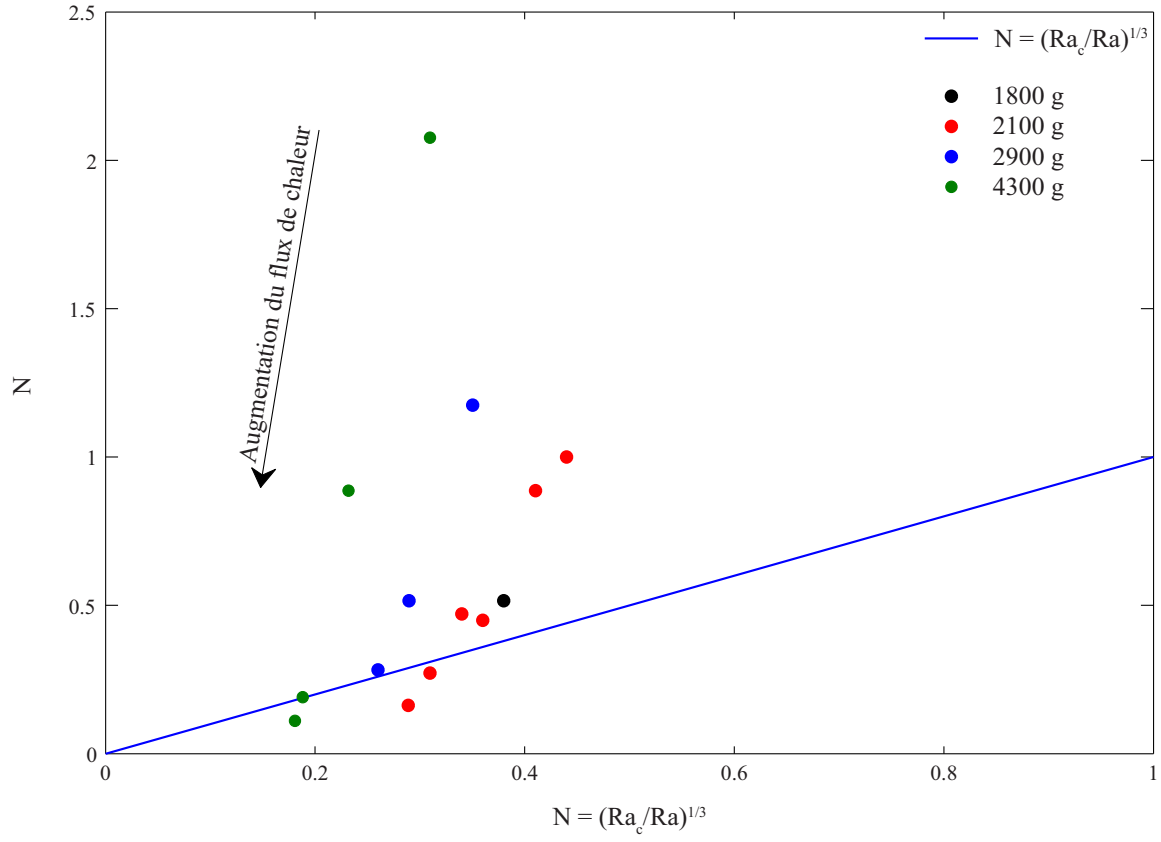


FIGURE 4.7 – Facteur N en fonction du facteur N basé sur $\left(\frac{Ra_c}{Ra}\right)^{1/3}$. Le flux de chaleur extrait par le bas augmente vers le bas entre chaque point.

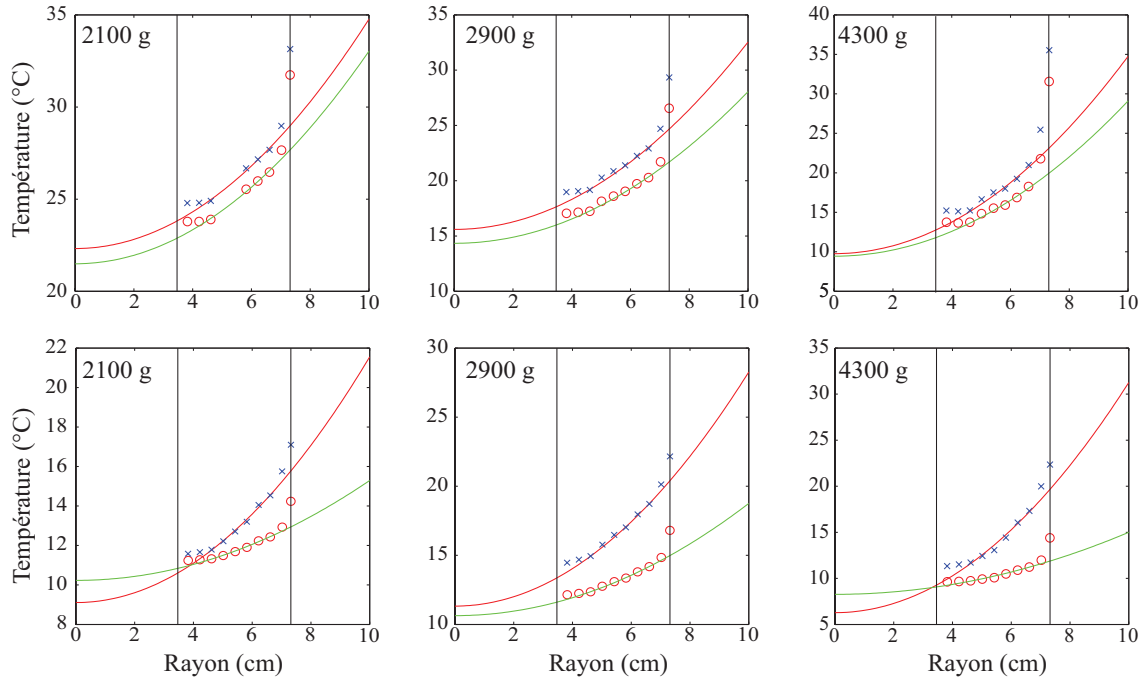


FIGURE 4.8 – Profil de température à trois gravités différentes pour des flux de 3 W (en haut) et 1 W environ (en bas). Les cercles rouges sont la température mesurée. La ligne verte est le meilleur ajustement de l'équation (4.14). Les croix bleues sont la température obtenue après correction du facteur N et la ligne rouge est le gradient adiabatique théorique (équation (4.9)). Les traits noirs verticaux sont respectivement le haut et le bas de la cellule.

approximativement ce qui permet de déterminer si le flux de chaleur extrait est fort (< 3 W) ou faible (> 1 W). Le nombre de Nusselt s'écrit alors

$$Nu = \frac{\Phi_{cv}}{\Phi_{cd}} = \frac{\Phi_{peltier}}{\lambda \frac{\Delta T}{L}} \quad (4.15)$$

où $\lambda = 6.5 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ est la conductivité thermique du xénon à 2 MPa. La conductivité thermique varie d'un facteur 2 entre 0.1 MPa et 6 MPa (Vargaftik, 1993).

La figure 4.9 présente Ra en fonction de Nu pour les expériences à 4300 g et pour différents flux. Le nombre de Nusselt est d'environ 5000 et le nombre de Rayleigh est d'environ 10^{12} . Le faible étalement des mesures empêche tout ajustement par une loi $Nu \propto \alpha Ra^\alpha$. Il est toutefois intéressant de comparer ces données aux lois déjà existantes. Notre configuration est particulière, c'est à dire qu'il s'agit d'une convection en rotation où l'axe de rotation est perpendiculaire à la hauteur de la cellule et où le gradient de pression est très important. Dans le cas de convection en rotation, la loi Rayleigh-Nusselt est relativement bien connue $Nu \propto (Ra/Ra_c)^3 \propto Ra^3 E^4$ (Chandrasekhar, 1953; King et al., 2012) (Fig. 4.9). E est le nombre d'Ekman qui compare les forces de viscosité avec la force de Coriolis

$$E = \frac{\nu}{\Omega L^2}. \quad (4.16)$$

Il vaut environ 10^{-7} à 8500 RPM (4300 g). La rotation a pour effet de limiter le transfert de chaleur convectif jusqu'à un certain seuil au-delà duquel la rotation n'a plus d'influence sur la convection. La convection sous l'effet de la force centrifuge a été aussi étudiée (Busse and Carrigan, 1974) dans des fluides Boussinesq, mais également dans des fluides compressibles (Sakurai and Matsuda, 1974). Cependant, ils considèrent généralement un cylindre annulaire avec des parois plates ou inclinées vers l'extérieur et des faibles nombres de dissipation. Notre configuration est différente en termes de géométrie et de gradient de pression. Les deux lois présentées ne sont pas en accord avec les données observées (Fig. 4.9). Le flux de chaleur convectif est nettement supérieur à ce qu'on peut attendre pour une même valeur du Rayleigh dans le cadre de la convection avec ou sans rotation. Il est nécessaire d'avoir plus de résultats expérimentaux et de développer une loi $Nu \propto Ra^\alpha$ pour la convection compressible sous l'effet de la force centrifuge pour mieux comprendre les effets de la compressibilité sur le transport de chaleur.

4.3.2 Mesure des fluctuations de pression

Les fluctuations de pression montrent clairement la présence ou non de convection dans le gaz. L'amplitude de ces fluctuations augmente quand le flux ou la gravité

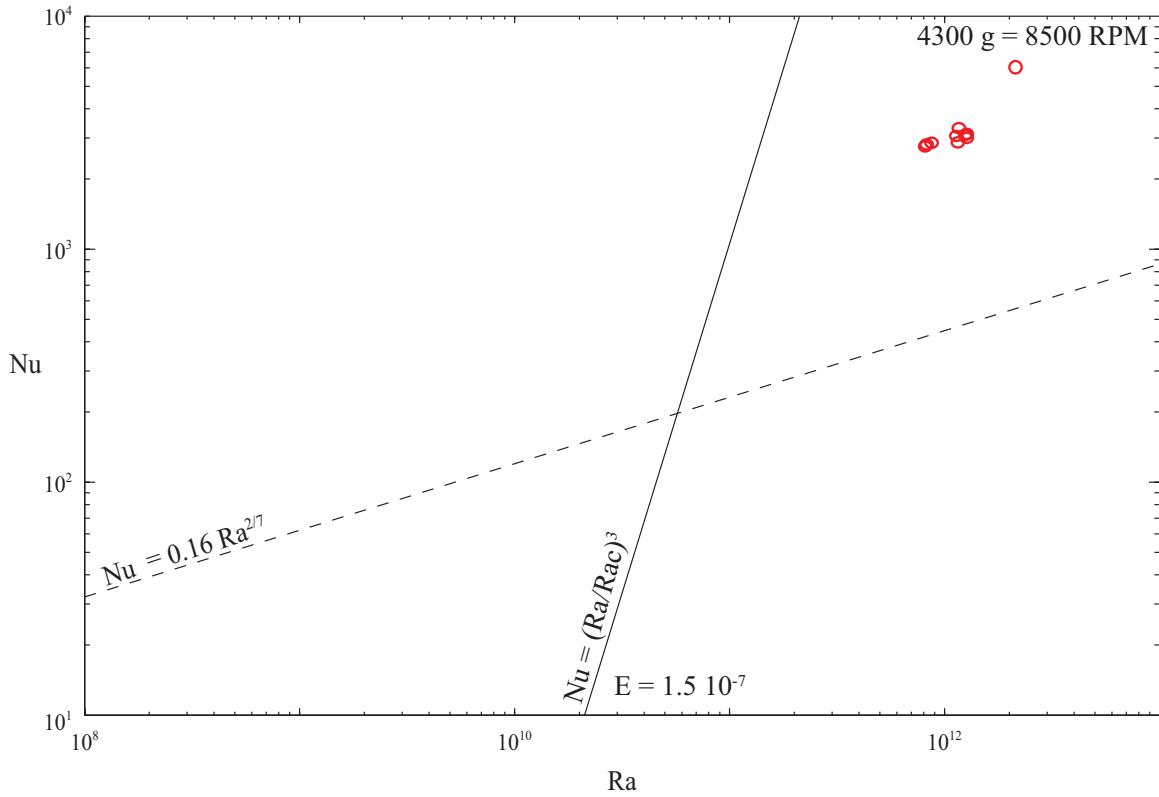


FIGURE 4.9 – Nusselt en fonction de Rayleigh. Les cercles rouges sont nos résultats et les lignes représentent les différentes lois $Nu \propto Ra^\alpha$ sans rotation (en pointillé) et avec rotation (trait plein) (King et al., 2012).

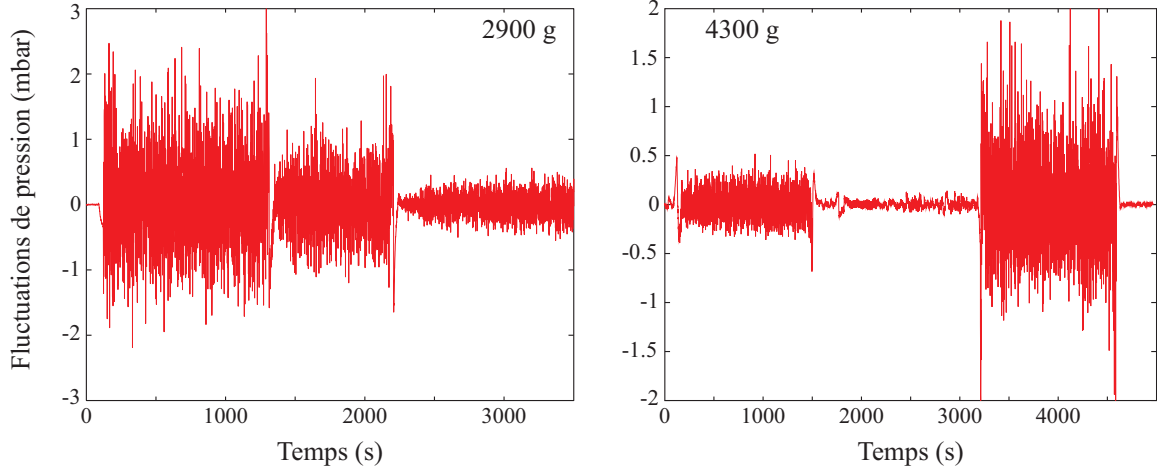


FIGURE 4.10 – Fluctuations de pression en fonction du temps à différentes gravités. A 2900 g, les fluctuations correspondent à 3 flux de chaleur décroissant. A 4300 g, les fluctuations sont présentes pour un faible flux (0 à 1500 s) et un flux pus grand (3200 s à 4500 s). Entre les deux, aucun flux n'a été imposé et donc il n'y pas de fluctuations de pression.

augmente. La figure 4.10 présente les résultats à 2900 g pour 3 flux différents et à 4300g pour deux flux différents (environ 3 W et > 1 W). Une analyse en fréquence a été réalisée, mais elle n'a pas permis de mettre en évidence des fréquences caractéristiques. L'amplitude des fluctuations de pression est reliée à celle de la température (Anufriev et al., 2005) par

$$P' = \alpha_0 \rho_0 g L T'. \quad (4.17)$$

Les fluctuations de pression sont de l'ordre de 1 mbar, alors en suivant l'équation (4.17) T' est égale à 0.15 K. Cependant, aucune fluctuation de température n'a été mesurée. Il est possible que le temps de réponse trop grand des sondes (de l'ordre de quelques secondes) ne nous ait pas permis de voir ces fluctuations de voir ces fluctuations. Nous comparons l'inertie thermique des parois et celle du gaz

$$\frac{\rho_x C_{px} V_x}{\rho_p C_{pp} V_p} = \frac{0.49}{6.27} = 0.078 \quad (4.18)$$

avec ρ_x et ρ_p la densité du xénon et du plexiglas, C_{px} et C_{pp} la capacité calorifique du xénon et du plexiglas, et V_x et V_p le volume du xénon et du plexiglas. V_p est calculé à partir de l'épaisseur de plexiglas $\sqrt{\kappa t}$ où t est de l'ordre de 5 secondes (temps caractéristiques des fluctuations). Ce ratio très petit nous indique que les fluctuations

de températures (0.15 K) dans le xénon seront très petits dans le plexiglas (0.01 K). L'influence des parois sur les sondes, qui ont un mauvais temps de réponse, nous empêche d'observer les fluctuations de températures prévues.

4.4 Discussion

Dans ce chapitre, nous avons montré la faisabilité d'expériences où le nombre de dissipation n'est pas négligeable et où le gradient adiabatique est important. Les difficultés de conception et de réalisation ont été le frein majeur pour l'avancée rapide de ce projet. Cependant, une cellule et un protocole ont été mis en place et ont permis d'acquérir des résultats très encourageants. Nous avons mesuré un profil adiabatique de température ainsi que des fluctuations de pression qui dépendent du flux et de la gravité apparente dans la cellule. La mauvaise isolation de la cellule entraîne une modification de profil de température qui a été difficile à interpréter. Je n'ai observé aucune fluctuation de température alors que la présence de fluctuations de pression est avérée. Ceci est certainement dû à la mauvaise isolation des parois et à la mauvaise sensibilité des sondes, bien qu'elles soient petites (1.2 mm).

Une nouvelle cellule a été construite avec une meilleure isolation. Cette isolation est composée d'un mur en plexiglas et d'une couche de 1 mm d'aérogel. L'aérogel est un matériau très isolant ultraporeux ($0.01 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$). Il est composé de plastique et est constitué de micro-pores interconnectés. Sa porosité atteint 96 à 98 %. Jusqu'à présent ce matériau est très mou et friable, mais de nouvelles techniques permettent d'en fabriquer sous une forme résistante au cisaillement et à la pression. L'interconnectivité des pores est très importante car, dans notre expérience, le gaz est mis sous pression. Ces pores seront alors remplis de gaz, ce qui empêchera l'écrasement du matériau. Sa très grande porosité le rend très peu dense et donc moins sensible à la très forte gravité apparente. Nous utiliserons aussi deux sondes de pression pour mesurer, à différente hauteur, les fluctuations de pression. De nouvelles sondes de température seront installées en plus grand nombre dans la cellule. Il s'agira de thermistances d'un diamètre de 0.15 mm qui ont un temps de réponse dans l'air de l'ordre de 1 s, et une inertie thermique très faible. Le flux sera imposé en bas par une résistance chauffante recouverte d'une plaque aluminium pour permettre un chauffage uniforme. Le contrôle et la mesure du flux de chaleur imposé sera nettement plus précis qu'avec un module Peltier. Ces améliorations permettront de réaliser de nouvelles expériences de convection du xénon sous forte gravité. L'objectif sera de mesurer les fluctuations de pression et de température, et de calculer le nombre de Nusselt et de Rayleigh à partir des mesures de températures. Il sera aussi intéressant d'estimer le nombre de

Rayleigh critique à partir duquel la convection peut démarrer.

Dans le futur, l'utilisation d'autres fluides pourra être considérée en commençant par d'autres gaz parfaits (argon, krypton). Le gradient adiabatique maximum sera moins important à cause de leur plus grande capacité calorifique, mais ils pourront permettre de changer la viscosité et donc de changer le nombre de Rayleigh sans modifier la vitesse de rotation.

Dans des expériences à très forte gravité (supérieure à 30 000 g), nous pourrions envisager l'utilisation des liquides. Pour cela, il faudra s'intéresser aux fluides frigorifiques qui ont la propriété d'avoir un très petit coefficient d'expansion thermique. Le tableau 4.2 récapitule les différentes propriétés des gaz et liquides en comparaison avec le xénon et l'eau. L'utilisation de liquide réfrigérant nécessite de mesurer de petites différences de température. Il sera donc nécessaire d'avoir une assez grande précision dans ces mesures et une très bonne isolation thermique. L'avantage des liquides est que leur inertie thermique est beaucoup plus grande que celle des gaz, ils seront donc moins influencés par les parois de la cellule. En revanche, ces liquides nécessitent des précautions sanitaires et environnementales beaucoup plus importantes que les gaz parfaits.

à 35000g, à 25°C et à 20 bar	C_p (J kg ⁻¹ K ⁻¹)	α (K ⁻¹)	ΔT (K)
Xenon	158	-	44.2
Krypton	248	-	28.1
Argon	520	-	13.4
R12 Dichlorodifluorométhane	980	0,0026	5.5
R314a Tetrafluoroéthane	1100	0.0031	4.6
Mercure	140	0.00018	2.7
Eau	4000	0.000214	0.1

TABLE 4.2 – Tableau des différentes propriétés des gaz et liquides qui pourraient être utilisés dans les expériences de convection compressible. Les 3 premières lignes sont des gaz parfaits et les 4 dernières lignes sont des liquides aux conditions de pression et de température mentionnées. La dernière colonne est l'écart de température dû au gradient adiabatique et attendu dans notre cellule.

Conclusion et perspectives

Dans cette thèse, j'ai développé des approches expérimentales en utilisant une centrifugeuse. Augmenter la gravité apparente permet de modifier des paramètres sans dimension comme le nombre de Rayleigh. L'utilisation des expériences permet aussi de valider les hypothèses émises lors de la résolution numérique de problèmes physiques.

5.1 Cristallisation sous hyper-gravité : expériences et modèles

Dans la première partie de ma thèse, j'ai étudié la cristallisation sous hyper-gravité. A partir d'une solution de chlorure d'ammonium refroidie par le bas, une zone dendritique se forme. Elle est composée de NH_4Cl solide et d'une solution appauvrie. Cette solidification d'un alliage binaire de sel est analogue à la cristallisation d'alliage de métaux (Jackson et al., 1966). L'augmentation de la gravité permet de se rapprocher des conditions qui règnent à l'ICB, ou du moins de modifier un paramètre qui contrôle la croissance d'une zone dendritique. Les expériences réalisées entre 1 g et 1300 g ont permis de montrer les effets de l'hyper-gravité sur un mush. Sa hauteur finale décroît quand la gravité augmente, ce qui provoque une augmentation très forte de la fraction solide. La fraction solide est très faible à gravité ambiante (entre 2% et 5%) alors qu'elle atteint 40% à 478 g. Nous avons observé que l'espacement interdendritique diminue aussi avec la gravité. Nous avons aussi comparé ces résultats expérimentaux à deux modèles - l'un permettant de prendre en compte la convection de couche limite et l'autre associant la convection de couche limite à la convection interne. Le premier modèle est en très bon accord avec nos observations, comme l'évolution de la hauteur du mush ou de la température du liquide, ainsi que la fraction solide finale. Cependant, des cheminées ont été observées dans toutes les expériences en hyper-gravité. Elles résultent de la convection interne - le liquide plus appauvri en NH_4Cl remonte et fait fondre sur son passage les dendrites. Ces cheminées ainsi créées favorisent le transport de soluté dans la zone dendritique. Le deuxième modèle prend en compte la convection interne, et il est en meilleur accord que le précédent modèle.

Toutefois, la solution physique raisonnable serait que la convection interne remplace la convection de couche limite (Chen and Chen, 1991), or notre modèle ne donne pas un résultat satisfaisant lorsque la convection de couche limite n'est pas présente.

Nos expériences ont clairement montré que la convection interne peut être présente dans un mush où l'espacement interdendritique est petit et la fraction solide très grande. En extrapolant nos résultats à la graine, où le forçage convectif est encore plus important, nous pouvons conclure qu'il est possible de former une zone dendritique, où la fraction solide est très grande (proche de 100%, à 1 ou 2% près), par la convection de couche limite et interne.

De plus, nous avons étudié la fusion d'une zone dendritique par le haut à gravité ambiante et sous hyper-gravité. La fusion par le haut des dendrites forme une couche dense à l'interface mush/liquide. Ce liquide fondu et dense tombe à travers le mush et recristallise, provoquant ainsi une augmentation de la fraction solide. Les cônes formés par la convection interne disparaissent aussi à cause de chauffage par le haut.

Grâce à l'utilisation de sondes ultrasonores, nous avons étudié acoustiquement la structure d'une zone dendritique comme analogie à l'étude de la graine par les sismologues. La caractérisation des changements de structures provoqués par l'augmentation de la gravité ou par la fusion sont difficiles à observer et à interpréter. Aucune coda n'est observée sur les signaux enregistrés transversalement au mush. De plus, le signal est élargi et atténué, ce qui signifie que les hautes fréquences sont totalement rétrodiffusées (Cormier, 2007). Dans les signaux verticaux, une coda est enregistrée. A partir de cette coda, nous avons mesuré l'atténuation due à la diffraction dans la zone dendritique. Quand la gravité augmente, les atténuations transversales et verticales deviennent plus forte (Fig. 2.27). En revanche, les atténuations transversales et verticales diminuent quand le mush fond par le haut.

Il est possible de comparer ces résultats expérimentaux aux études sismologiques de la graine. Il existe une très forte dichotomie entre l'hémisphère Ouest et Est. L'hémisphère Ouest est faiblement atténuant et sa vitesse est faible, tandis que l'hémisphère Est est fortement atténuant et que sa vitesse est grande (Deuss, 2014). Cette forte dichotomie peut être expliquée par la translation (Alboussiere et al., 2010; Monnerieu et al., 2010). La translation de la graine entraîne de la cristallisation sur un hémisphère et de la fusion sur un autre hémisphère. D'après nos expériences, il est possible de conclure que l'hémisphère Ouest (moins atténuant) fond, et l'hémisphère Est (plus atténuant) cristallise.

A l'ICB, la compaction peut jouer un rôle important (Sumita et al., 1996). Deguen et al. (2007) estime la hauteur d'une zone dendritique à environ 1 km. La fraction solide tend vers 1 à cause de la compaction, ce qui expulse le liquide entre les dendrites.

Toutefois, un peu de liquide peut rester à l'intérieur du mush. La compaction entraîne aussi des changements de phase. En laboratoire, la compaction est difficile à étudier à des conditions ambiantes car le temps caractéristique de relaxation est très long de l'ordre de 10^7 s pour une viscosité de 10×10^{11} Pa s, c'est à dire celle du paraffine. L'hyper-gravité permettrait de réduire de ce temps de compaction. En utilisant un alliage de paraffine, il serait intéressant d'étudier la compaction une zone dendritique sous son propre poids dans une centrifugeuse.

5.2 Convection sous hyper-gravité

Dans cette deuxième partie de ma thèse, je me suis intéressé à la convection compressible par une approche expérimentale. La convection est compressible dans tous les grands systèmes astrophysiques (planètes, étoiles, ...). Contrairement aux effets de rotation, les effets de compressibilité ne sont habituellement pas pris en compte dans les simulations numériques de convection. Le premier effet de la compressibilité est l'augmentation de la température à cause de la pression. Ce gradient de température est appelé gradient adiabatique. La plupart des études utilisent l'approximation de Boussinesq qui ne prend pas compte les effets de compressibilité. D'autres études utilisent l'approximation anélastique qui prend en compte le gradient adiabatique. Toutefois, il existe un critère qui détermine la validité de l'approximation de Boussinesq (Di « 1) mais il n'en existe pas pour l'approximation anélastique ou anélastique liquide.

En laboratoire, il faut des conditions très particulières pour observer la compressibilité, c'est à dire l'utilisation d'un fluide proche de son point critique ou de l'hyper-gravité. Le premier objectif a été de concevoir une cellule capable de résister à la pression et à la gravité apparente (35 000 g au maximum) et une électronique embarquée dans le rotor. Une fois cet objectif rempli, nous avons réalisé alors les premières expériences de convection compressible dans un gaz parfait - xénon. L'observation d'un gradient adiabatique dans une expérience de laboratoire est un premier succès. Ce gradient de température a été observé à différentes gravités malgré quelques soucis d'isolation des parois. Nous avons aussi enregistré des fluctuations de pression qui augmentent avec la gravité. Cependant, aucune fluctuation de température n'a été observée alors qu'il était théoriquement possible de les mesurer. Toutefois, il y a de bonnes chances que la mauvaise isolation des parois et la faible sensibilité des sondes de température en soient responsables. Ces expériences préliminaires sont très encourageantes. Elles nous poussent à continuer de développer une nouvelle cellule plus performante thermiquement. L'utilisation d'autres fluides (gaz parfaits ou li-

quides réfrigérants) devra être considéré pour permettre d'étudier une large gamme de Rayleigh.

De nombreuses études ont été menées dans des centrifugeuses (voir le livre de Regel and Wilcox (1994)) pour des applications comme l'électronique ou la physique nucléaire. En géophysique, peu d'études ont été menées dans une centrifugeuse capable d'atteindre des gravités apparentes très grandes avant les miennes. Dans les années 80, Nataf et al. (1984) utilisent une centrifuge utilisée (136 g) pour des expériences de géotechnique (Scott, 1983) pour réaliser des expériences de convection d'un fluide très visqueux. Ils s'intéressent à la génération de panaches à partir de la couche limite thermique. Cet outil offre la possibilité de modifier la gravité qui est un paramètre très important dans les phénomènes physiques comme la convection ou la cristallisation. La centrifugeuse offre ainsi des perspectives intéressantes dans les études géophysiques (convection compressible, compaction, ...) et il serait intéressant de voir se développer d'autres études autour de cet outil. Les deux difficultés majeures d'utilisation sont l'importante gravité imposée aux instruments ou à la cellule embarquée, et la collecte de données. La collecte de données à travers un collecteur tournant est perturbée par le bruit et est limitée par le nombre de voie disponible. L'utilisation de connexion sans fil comme le Bluetooth ou le Wi-Fi est une piste à explorer.

ANNEXE A

Annexes

A.1 Article sur les transferts d'énergie magnétique à la surface du noyau de la Terre

Depuis l'avènement des mesures de l'intensité du champ magnétique terrestre, il y a 170 ans, l'intensité du dipôle géomagnétique décroît rapidement (Amit and Olson, 2006) mais le taux de cette décroissance varie significativement avec le temps. Amit and Olson (2010) utilisent une méthode spectrale et supposent des transferts locaux entre les degrés d'harmoniques sphériques pour comprendre les mécanismes responsables de la chute du dipôle. Motivés par cette étude, nous avons introduit un nouveau formalisme pour suivre les transferts d'énergie non-locaux et locaux entre les degrés d'harmoniques sphériques dus à l'interaction entre le champ magnétique radial et la circulation du fluide dans le noyau. Dans l'article présenté ci-dessous (Huguet and Amit, 2012), nous avons montré que le spectre des transferts est une alternance de minima et maxima suggérant une cascade d'énergie. Cependant, la matrice de ces transferts a permis de mettre au jour des comportements plus complexes, c'est à dire des transferts non-locaux et locaux. Par la suite, nous avons développé une théorie qui permet de distinguer les transferts d'énergie magnétique à magnétique et cinétique à magnétique. Cette théorie plus complète a des propriétés intéressantes. Par exemple, l'énergie totale des transferts magnétique à magnétique est nulle et la matrice de ces transferts est antisymétrique.

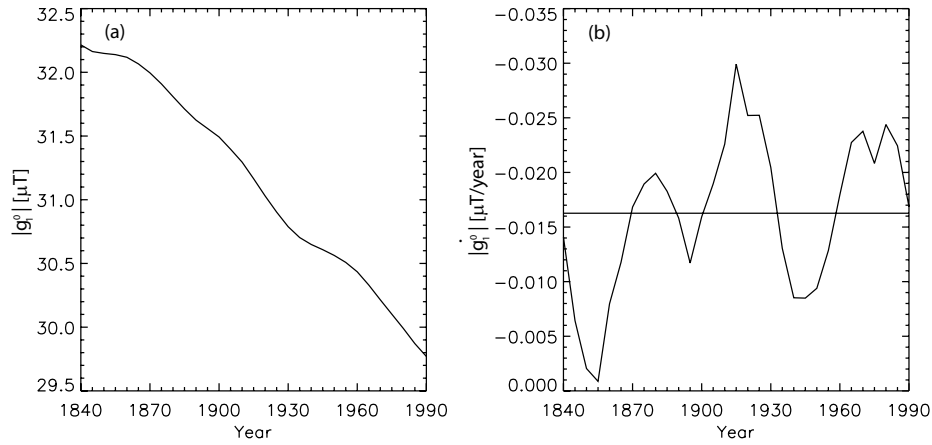


FIGURE A.1 – Absolute geomagnetic axial dipole Gauss coefficient $|g_1^0|$ in μT (a) and its SV $|g_1^0|$ in $\mu T/yr$ (b) based on the historical field model *gufm1* of Jackson et al. (2000) for the period 1840-1990.

A.2 Introduction

The geomagnetic field is generated by convection-driven flow of an electrically-conducting fluid at Earth's outer core. Measurements of the geomagnetic field and its secular variation (SV) may provide vital constraints on core dynamics. Geomagnetic field models based on surface observatories and recent satellite data (Jackson et al., 2000; Olsen and Mandea, 2008) show that the radial field at the core-mantle boundary (CMB) is dominated by an axial dipole component. Since the advent of geomagnetic measurements about 170 years ago, the geomagnetic dipole intensity has been rapidly decreasing (Olson and Amit, 2006). The rate of dipole decrease has been varying significantly with time (Fig. A.1).

Efforts to unravel the kinematic mechanisms responsible for the current dipole decrease focused mostly on a local-spatial approach. Gubbins (1987) used the integral form of the axial dipole $m_z \propto \int_S B_r \cos \theta dS$ (where B_r is the radial geomagnetic field on the CMB, θ is co-latitude and dS is a surface increment of the CMB) to identify CMB regions that provide positive/negative contributions to the axial dipole. He argued that the growth and intensification of reversed flux patches, especially below the southern Atlantic, are responsible for most of the dipole decrease. Emergence of reversed flux patches on the CMB and their deep core upwellings origin have been identified in many numerical dynamos as triggers to dipole collapse and subsequent polarity reversals (Wicht and Olson, 2004; Takahashi et al., 2007; Aubert et al.,

2008b; Olson et al., 2009). Following Moffatt (1978), Olson and Amit (2006) derived an integral equation for mapping advective and diffusive contributions to axial dipole SV. They found that the combined effects of growth of reversed flux by magnetic diffusion, poleward advection of reversed flux and equatorward advection of normal flux by the flow, have worked in unison to decrease the dipole. Liu and Olson (2009) proposed a power law for the dipole decrease rate as a function of the magnetic Reynolds number.

Alternatively, dipole changes can be studied via a spectral approach. Degree-time plots obtained from numerical dynamo models show that during reversals the peak of poloidal magnetic field energy on the outer boundary moves progressively from the dipole to higher degrees, which is suggestive of a forward magnetic energy cascade (Olson et al., 2009; Amit and Olson, 2010). Gissinger et al. (2010) argued that reversals in their low magnetic Prandtl number forced magnetohydrodynamic (MHD) simulations can be approximated by a simple set of differential equations representing energy exchange between the dipole and the quadrupole. Amit and Olson (2010) designed a spectral approach for studying dipole SV, and more generally, temporal variations in the Mauersberger-Lowes geomagnetic spectrum. They manipulated the radial magnetic induction equation to an equation for the SV of the Mauersberger-Lowes spectrum. Motivated by classical turbulence theory, they assumed that magnetic energy is transferred locally between neighboring spherical harmonic degrees. Their spectral transfer rates showed a persistent inverse energy cascade in the quadrupole family and a time-dependent forward energy cascade in the dipole family, consistent with the observed simultaneous dipole decrease and non-dipole increase during the historical era.

The local transfer assumption adopted by Amit and Olson (2010) is supported by non-magnetic and MHD turbulence theory and simulations. According to the classical turbulence theory of Kolmogorov, energy cascades between similar size eddies without major jumps between distinctive length scales (Kolmogorov, 1941; Batchelor, 1953; Frisch, 1995). The energy at a certain degree is statistically decoupled from any large-scale energy source and is determined solely by the rate of energy transfer across the inertial range (Moffatt, 1978). Numerical simulations of the time-evolution of kinetic and magnetic energy and helicity (Pouquet et al., 1976) and helical kinematic dynamos (Mininni, 2007) show that magnetic energy is progressively excited at larger scales as time increases, thus intensifying the large-scale field by inverse cascade of magnetic helicity. Numerical MHD simulations of turbulence find both local Kolmogorov-like and non-local transfers (Yousef et al., 2007; Mininni, 2011). Forced MHD turbulence simulations show local magnetic energy transfer (Alexakis et al.,

2005a; Carati et al., 2006). Local magnetic energy transfer was found to be associated with energy cascade by magnetic field advection, whereas non-local transfer was found to be associated with energy injected from the large scales directly into the small scales by magnetic field stretching induced by the poloidal flow (Alexakis et al., 2007). Amit and Olson (2010) argued that because the core flow is dominantly toroidal (see Finlay and Amit, 2011, and references therein), local transfer is expected to dominate geomagnetic induction at the top of the core. Mininni (2011) summarized based on turbulence MHD simulations that the transfer of magnetic energy from one degree to another seems dominantly local, whereas non-local effects are more dominant in the transfer from kinetic to magnetic energy that generates the dynamo.

How important is the role of classical 3D isotropic, homogeneous turbulence in the geodynamo? According to the very small estimates of the Rossby number in Earth's core (Olsen and Manda, 2008), turbulence is expected to be negligible compared to rotational effects. However, estimates of the local Rossby number that rely on eddy size rather than system length scale suggest that turbulence in Earth's core is nearly as important as rotation, and that inertial effects may play an important role in polarity reversals (Christensen and Aubert, 2006; Olson and Christensen, 2006). Alternatively, it is possible that boundary layer control rather than force balance determines the competition between turbulence and rotation. King et al. (2009) argued based on experiments and numerical simulations that the relation between the Ekman and thermal boundary layer thicknesses dictates whether the flow will be organized in equatorially symmetric columns or in random 3D structures. According to their scaling laws, Earth's core is not far from the transition between the rapidly rotating regime to the turbulent regime.

Direct evidence for turbulence in the core is difficult to obtain. The geomagnetic field reversals timeserie can be fitted by a log-normal distribution that is suggestive of 'multiplicative noise' in the geodynamo due to a turbulent α -effect (Ryan and Sarson, 2007). King et al. (2009) illustrated that deviations from equatorial symmetry may suggest the presence of turbulence in a rapidly rotating system. Some core flow models inferred from inversions of geomagnetic SV show persistent deviations from equatorial symmetry, most notably westward drift in mid-latitudes of the southern hemisphere without a northern counterpart (Jackson, 1997; Pais and Hulot, 2000; Amit and Olson, 2006; Holme and Olsen, 2006). Quasi-geostrophic core flow models which assume equatorial symmetry were found capable of explaining the SV (Pais and Jault, 2008; Gillet et al., 2009, 2011). The core flow models of Schaeffer and Pais (2011) obtained without imposing equatorial symmetry contain 66%-84% (depending on the length scale) symmetric kinetic energy, i.e. the flow is about half way between

purely symmetric to equally symmetric/anti-symmetric. Deviations from equatorial symmetry might also arise from the impact of the lower mantle heterogeneity on the geodynamo (Aubert et al., 2007; Gubbins et al., 2007), though possibly only on long time-scales (Olson and Christensen, 2002). The symmetry properties of the flow in Earth’s core is still under debate.

In this paper, we introduce a formalism to track magnetic energy transfer between different spherical harmonic degrees in the Mauersberger-Lowes spectrum, which can be useful in identifying Kolmogorov-like turbulence signature at the top of the core. We forward solve the radial frozen-flux magnetic induction equation for a given flow and radial field models. The SV is transformed to Gauss coefficients, and in conjunction with the field Gauss coefficients, the energy transfer between each pair of spherical harmonics within the observed spectrum is calculated. We apply our formalism to synthetic flows for intuitive physical understanding, and to core flow models inferred from the geomagnetic SV for geophysical interpretation. Our approach allows to test the local transfer assumption of Amit and Olson (2010) and to examine the possibility that the current geomagnetic dipole decrease is caused by a forward magnetic energy cascade. Furthermore, our method sheds light on the overall variability of the large-scale geomagnetic field spectrum during the historical period.

For given flow and field models, admissible magnetic energy transfers are constrained by the selection rules of the Gaunt and Elsasser integrals (Elsasser, 1946). These rules dictate whether a certain flow is capable of converting toroidal magnetic field to poloidal and vice-versa, and are therefore fundamental to kinematic dynamo theory (Bullard and Gellman, 1954). Kahle et al. (1967) used the Gaunt and Elsasser integrals to invert for the flow at the top of the core from geomagnetic field and SV models. Whaler (1986) used the triangle rule to relate the maximum spherical harmonic degree of the flow with the sum of maximum degrees of the field and its SV. For our purposes, the selection rules are used to verify the validity of the energy transfers generated by synthetic flows.

Assessing energy transfer from the interaction between the core field and flow is obviously prone to errors due to uncertainties in these models. The historical field model *gufm1* of Jackson et al. (2000) might suffer from problems of insufficient data coverage and poor data quality. In general, geomagnetic field models constructed from observations are not constrained to obey the MHD equations and energy conservation is not implicit. Much more severe is the case of core flow models inferred from the geomagnetic SV, which are prone to numerous theoretical and practical sources of errors (Holme, 2007). Any inference concerning the behavior of the geomagnetic energy transfer during the historical period should therefore be taken with caution.

In addition, our analysis ignores the contribution of magnetic diffusion to the temporal changes of the geomagnetic energy spectrum. Magnetic diffusion SV is expected to be a localized phenomenon (Amit and Christensen, 2008), so its impact on the large-scale spectrum is arguably secondary. Based on free decay formalisms using fundamental modes, magnetic diffusion was found to be generally negligible (Amit and Olson, 2010). Nevertheless, the contribution of magnetic diffusion to \dot{R}_n is unknown.

The paper is outlined as follows. In section 2 we describe our formalism, method, error estimates and graphical visualization of the results. Our energy transfer solutions for synthetic and core flow models are given in section 3. We discuss our main findings in section 4.

A.3 Theory and method

The Mauersberger-Lowes spectrum at the CMB is one of the primary outputs of the dynamo process in the core (Dormy et al., 2000). The magnetic field spectrum R_n at the CMB can be expressed as a function of spherical harmonic degree n in terms of the Gauss coefficients of the core field as (Lowes, 1974)

$$R_n = (n+1) \left(\frac{a}{c}\right)^{2n+4} \sum_{m=0}^n \left((g_n^m)^2 + (h_n^m)^2\right) \quad (\text{A.1})$$

where n_{max} is the truncation level, a is Earth's radius, c is the radius of the core and g_n^m and h_n^m are the Gauss coefficients of the core field at spherical harmonic degree and order n and m , respectively. The total magnetic energy is given by

$$\langle B_r^2 \rangle = \sum_n^{n_{max}} \frac{n+1}{2n+1} R_n \quad (\text{A.2})$$

where B_r is the radial magnetic field on the CMB and $\langle \rangle$ denotes CMB surface average. Similar to (A.1), the definition of the SV spectrum at the CMB is given by (Allredge, 1984; McLeod, 1996; Voorhies, 2004)

$$S_n = (n+1) \left(\frac{a}{c}\right)^{2n+4} \sum_{m=0}^n \left((\dot{g}_n^m)^2 + (\dot{h}_n^m)^2\right) \quad (\text{A.3})$$

where the dots denote time derivatives. Using (A.1), the temporal variation of the field spectrum is written as (Cain et al., 1989)

$$\dot{R}_n = 2(n+1) \left(\frac{a}{c}\right)^{2n+4} \sum_{m=0}^n \left(g_n^m \dot{g}_n^m + h_n^m \dot{h}_n^m\right) \quad (\text{A.4})$$

From (A.2), the temporal variation of the total magnetic energy is

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle B_r^2 \rangle = \sum_n^{n_{max}} \frac{n+1}{2n+1} \dot{R}_n \quad (\text{A.5})$$

Note that \dot{R}_n has units of $\mu T^2/yr$, whereas S_n has units of $\mu T^2/yr^2$. Moreover, S_n is positive by definition, whereas \dot{R}_n may acquire both signs. While R_n and S_n define the energy at each spherical harmonic degree of the field and SV respectively, \dot{R}_n is the rate of change of the energy at each degree.

Fig. A.2 shows the three spectra for three arbitrary snapshots from the geomagnetic field and SV model *gufm1* of Jackson et al. (2000). From hereafter, we shall consider the field model up to degree $n_{max} = 8$ to avoid biases due to variations in data quality and spatial resolution with time (Holme et al., 2011). Fig. A.2a demonstrates the well-known dipole-dominated geomagnetic field spectrum with decreasing power towards higher harmonics. The SV spectrum in Fig. A.2b, in contrast, is increasing with n , so the dipole SV contains less energy than the SV in the higher harmonics. The rate of change of the dipole energy \dot{R}_1 is negative (Fig. A.2c), reflecting the historical decrease in dipole intensity (Gubbins, 1987; Olson and Amit, 2006). Interestingly, although the energy in the dipole change is smaller than in the higher harmonics, i.e. $S_1 < S_{n \neq 1}$, the rate of change of the dipole energy is in most periods the largest, i.e. $|\dot{R}_1| > |\dot{R}_{n \neq 1}|$. In most cases $\dot{R}_{n \neq 1}$ are positive, representing the non-dipole increase that accompanies the historical dipole decrease (Amit and Olson, 2010).

For incompressible flow, the radial component of the induction equation just below the CMB where the radial velocity vanishes is

$$\dot{B}_r + \vec{u}_h \cdot \nabla B_r + B_r \nabla_h \cdot \vec{u}_h = \eta \hat{r} \cdot \nabla^2 \mathcal{B} \quad (\text{A.6})$$

where \dot{B}_r is the time derivative of the radial magnetic field on the CMB, \vec{u}_h is the free stream tangential fluid velocity vector at the top of the core, η is the magnetic diffusivity of the outer core, \hat{r} is the radial unit vector and \mathcal{B} is the magnetic field vector. The subscript h denotes the direction tangent to the spherical CMB surface : $\nabla_h = \nabla - \frac{\partial}{\partial r}$.

Assuming that magnetic diffusion is negligible with respect to magnetic field advection by the flow (Roberts and Scott, 1965), (A.6) becomes

$$\dot{B}_r = -(\vec{u}_h \cdot \nabla B_r + B_r \nabla_h \cdot \vec{u}_h) \quad (\text{A.7})$$

Amit and Olson (2010) have shown that the radial magnetic induction equation can be recasted to a time-evolution equation for the magnetic energy spectrum. In the

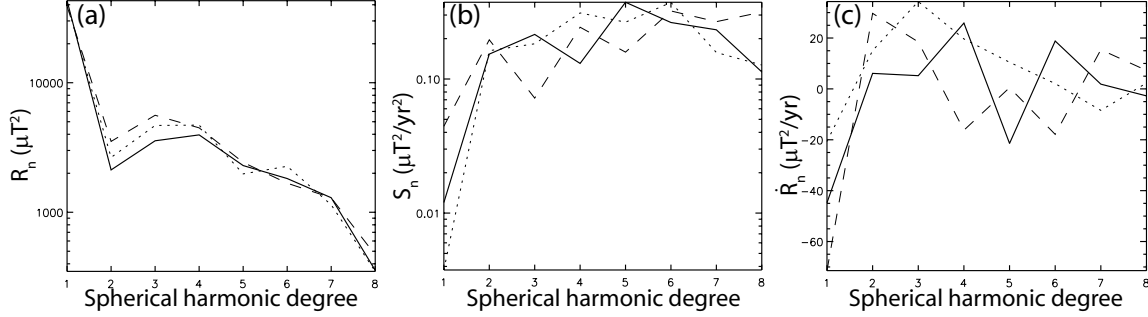


FIGURE A.2 – Three arbitrary snapshots (solid - 1900, dotted - 1940, dashed - 1980) of geomagnetic spectra from *gufm1* (Jackson et al., 2000) as a function of spherical harmonic degree : (a) R_n in μT^2 in log-scale ; (b) S_n in $\mu T^2/yr^2$ in log-scale ; (c) \dot{R}_n in $\mu T^2/yr$ in linear scale.

frozen-flux limit, their equation (8) is simply

$$\dot{R}_n = T_n \quad (\text{A.8})$$

where T_n is the transfer spectrum representing magnetic energy transfer induced by the flow.

The tangential fluid velocity at the top of the core can generally be written as

$$\vec{u}_h = \nabla \times \mathcal{T} \hat{r} + \nabla_h \mathcal{P} \quad (\text{A.9})$$

where \mathcal{T} and \mathcal{P} are toroidal and poloidal flow potentials respectively. The tangential flow components are then given by

$$u_\phi = -\frac{1}{r} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \phi} \quad (\text{A.10})$$

$$u_\theta = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \phi} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \theta} \quad (\text{A.11})$$

where r , θ , ϕ are the radial, co-latitude and longitude spherical coordinates. Equation (A.7) can be written in terms of \mathcal{T} and \mathcal{P} as

$$\dot{B}_r = - \left[\frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \phi} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} - \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \theta} \frac{\partial B_r}{\partial \phi} \right) + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \theta} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \phi} \frac{\partial B_r}{\partial \phi} \right) + B_r \nabla_h^2 \mathcal{P} \right] \quad (\text{A.12})$$

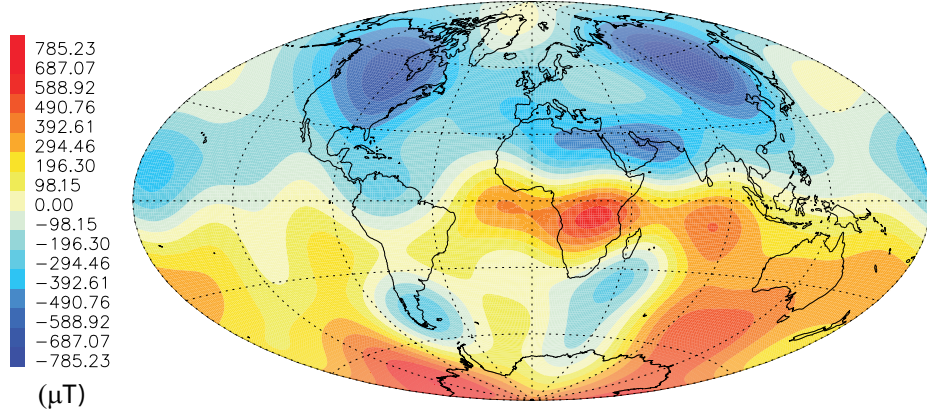


FIGURE A.3 – The radial geomagnetic field on the CMB in μT in 1980 from *gufm1* (Jackson et al., 2000) truncated at spherical harmonic degree $n_{max} = 8$.

We consider two types of flows. First, synthetic flows are constructed from single spherical harmonics as $\mathcal{T} = A\mathcal{T}_n^{mc}$ or $\mathcal{T} = A\mathcal{T}_n^{ms}$, where A is the flow amplitude, \mathcal{T}_n^m is the associated Legendre polynomial, and the superscripts c and s denote $\cos m\phi$ and $\sin m\phi$ respectively. The same nomenclature applies for the poloidal potential, $\mathcal{P} = A\mathcal{P}_n^{mc}$ or $\mathcal{P} = A\mathcal{P}_n^{ms}$. In all cases, we tune A so that the maximum flow is arbitrarily set to 10 km/year, allowing comparison between the efficiency of different synthetic flows to generate T_n . We use the field at 1980 from the historical model *gufm1* (Fig. A.3) for comparing the behavior of energy transfer produced by different synthetic flows.

Second, frozen-flux core flow models inferred from inversions of geomagnetic SV data are investigated. We use the helical core flow model of Amit and Olson (2004) which assumes a linear relation between the tangential flow divergence $\nabla_h \cdot \vec{u}_h$ and the radial vorticity ζ at the top of the free stream

$$\nabla_h \cdot \vec{u}_h = \mp k \zeta \quad (\text{A.13})$$

where the minus/plus signs apply in the northern/southern hemispheres respectively and k is a constant. We choose flow models obtained with $k = 0.15$ that was found to optimize the agreement with the observed length of day variation record (Amit and Olson, 2006). As described in Amit and Olson (2004), the toroidal and poloidal flow potentials were computed from a set of advection-diffusion equations based on (A.12) and (A.13) and solved on a regular spherical grid. Single epoch flows between 1840-1990 in 5 years intervals were inverted based on the historical geomagnetic SV

model from *gufm1*. Here, the field models of the respective periods are used. We note that the local numerical scheme used to infer the core flow models does not impose any spectral constraint (Amit and Olson, 2004).

To calculate magnetic energy transfer from one degree to another, we track the interactions between each spherical harmonic degree n' of the radial field with the full flow \vec{u}_h . The total radial field on the CMB is given in terms of the Gauss coefficients by

$$B_r = \sum_{n=1}^{n_{max}} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{c}\right)^{n+2} (n+1) P_n^m(\cos \theta) (g_n^m \cos m\phi + h_n^m \sin m\phi) \quad (\text{A.14})$$

where P_n^m are the Schmidt semi-normalized Legendre polynomials. We calculate the contribution to \dot{B}_r from the advection of the radial field of degree n' $B_r^{n'}$ by the flow \vec{u}_h using the frozen-flux radial magnetic induction equation (A.12). Note that this interaction in general may contain all spherical harmonics. We then apply a spectral transform to obtain the SV Gauss coefficients \dot{g}_n^m and \dot{h}_n^m , and in conjunction with the field Gauss coefficients g_n^m and h_n^m we compute the energy transfer based on (A.4) and (A.8). We denote as $T_{n' \rightarrow n}$ the energy change of degree n due to the interaction of the degree n' field $B_r^{n'}$ with the total flow \vec{u}_h . The net energy transfer between degrees p and n is the matrix component

$$T_{pn} = T_{p \rightarrow n} - T_{n \rightarrow p} \quad (\text{A.15})$$

where $p < n$. The physical meaning of (A.15) is that energy may be transferred from degree p to degree n and vice-versa, and the net balance is the difference between the two transfers. If T_{pn} is positive net energy is transferred from the lower degree p to the higher degree n , whereas if T_{pn} is negative net energy is transferred from the higher degree n to the lower degree p . The matrix T_{pn} therefore contains only the terms above the main diagonal, because the terms below the main diagonal are folded into the net transfer, and the main diagonal itself represents energy transfer within a degree (e.g. from the axial to the equatorial dipole). Local transfer is represented by the diagonal just above the main diagonal in T_{pn} (i.e. $n = p + 1$). To assess the role of non-local transfer, we calculate the ratio of absolute local to non-local transfers

$$L = \frac{\sum_{n'=1}^{n_{max}-1} |T_{n'n'+1}|}{\sum_{p'=1}^{n_{max}-2} \sum_{n'=p'+2}^{n_{max}} |T_{p'n'}|} \quad (\text{A.16})$$

We repeat these calculations for all degrees from $n = 1$ to n_{max} . Apart from the matrix T_{pn} , we also calculate the integrated magnetic energy change by advection for

each degree strictly due to transfer within the observed spectrum $n_{max} \geq n \geq 1$, from hereafter denoted by $T_n(\mathbb{N}_1^{max})$, as

$$T_n(\mathbb{N}_1^{max}) = \sum_{n'=1}^{n-1} T_{n'n} - \sum_{n'=n+1}^{n_{max}} T_{nn'} \quad (\text{A.17})$$

Finally, we also compute the overall change following (A.4) by calculating the SV from the interaction of the full field B_r with the full flow, from hereafter denoted by $T_n(\mathbb{N}_1^{max} \rightarrow \mathbb{N}_1)$, i.e. energy transfer from the observed spectrum \mathbb{N}_1^{max} to the entire spectrum \mathbb{N}_1 . Note that the latter includes energy leaking from $n \leq n_{max}$ to $n > n_{max}$, whereas T_{pn} and $T_n(\mathbb{N}_1^{max})$ contain strictly energy transfers within $n \leq n_{max}$.

For all forward calculations of the radial frozen-flux magnetic induction equation we use a spatial grid step of 5° . The spectral transforms are performed until degree and order 10, but we consider only degrees $n = 1 - 8$ from which the core field model was constructed. To test the precision of our numerical scheme, we first consider two simple synthetic flows. In case 1 (see Table A.1), solid body rotation with respect to the rotation axis \mathcal{T}_1^0 uniformly advects the field to the west. The SV contains azimuthal phase variations only, so the power in each degree is unchanged. This can easily be demonstrated analytically. For example, substituting $\mathcal{T} = A\mathcal{T}_1^0$ and a dipole field into (A.12) gives

$$\dot{B}_r = -\left(\frac{2A}{c^2}\right) \left(\frac{a}{c}\right)^3 \left(-g_1^1 \sin \theta \sin \phi + h_1^1 \sin \theta \cos \phi\right) \quad (\text{A.18})$$

Identifying the spherical harmonics in (A.18) indicates that the SV in this case is comprised of equatorial dipole changes only : $\dot{g}_1^1 = -\frac{A}{c^2} h_1^1$, $\dot{h}_1^1 = \frac{A}{c^2} g_1^1$, and therefore (A.4) and (A.8) give $T_1 = 4 \left(\frac{a}{c}\right)^6 (g_1^1 \dot{g}_1^1 + h_1^1 \dot{h}_1^1) = 0$. In words, energy has exchanged hands strictly between g_1^1 and h_1^1 without involving other harmonics, and the overall dipole energy is unchanged. The same type of magnetic energy exchange appears in case 2 where $\mathcal{T} = A\mathcal{T}_1^{1c}$. In this case, solid body rotation about an axis in the equatorial plane results in uniform meridional advection and energy transfer from g_1^0 to h_1^1 . As in case 1, no energy transfer between different degrees occurs. These expected results can be directly obtained from the selection rules of Bullard and Gellman (1954) that restrict the interaction of a \mathcal{T}_1^0 flow and a poloidal magnetic field to either a change of phase in the poloidal field or to a conversion to a toroidal field (see their Fig. 3c).

The known solutions in cases 1 and 2 allow testing the accuracy of our numerical scheme. In these cases the matrix components T_{np} representing the net energy transfer, the total change for each degree strictly due to energy transfer within the observed

Case	Synthetic flow	$T_1(\mathbb{N}_1^8)$	$\sum_1^8 \frac{n+1}{2n+1} T_n(\mathbb{N}_1^8) $	Δn
1	\mathcal{T}_1^0	0.0006	0.015	0
2	\mathcal{T}_1^{1c}	1.54	3.85	0
3	\mathcal{P}_2^0	204.40	426.75	2
4	\mathcal{T}_2^{1c}	83.76	210.82	1
5	\mathcal{P}_2^{2c}	155.60	312.28	2
6	\mathcal{P}_2^{2s}	34.51	179.97	2
7	\mathcal{T}_5^{4c}	27.26	128.20	2-4
8	\mathcal{P}_1^0	-88.50	366.04	1
9	\mathcal{T}_2^0	22.07	136.85	1

TABLE A.1 – Summary of synthetic flows. Horizontal lines separate tests, symmetric flows and anti-symmetric flows. The integrated dipole energy change by advective transfers within the observed spectrum is $T_1(\mathbb{N}_1^8)$, and the rms absolute integrated change induced by the flow within the observed spectrum based on (A.5) is $\sum_1^8 \frac{n+1}{2n+1} |T_n(\mathbb{N}_1^8)|$, both in $\mu T^2/\text{yr}$. The difference between harmonics participating in the dominant transfers is Δn .

spectrum $T_n(\mathbb{N}_1^8)$ and the overall change including energy leaking from the observed spectrum to degrees beyond $n_{\max} = 8$ denoted by $T_n(\mathbb{N}_1^8 \rightarrow \mathbb{N}_1)$ are expected to be zero, so non-zero values in these quantities are numerical errors. Compared with a reference value, given in case 2 by the contribution of the term $g_1^0 \dot{g}_1^0$ to T_n , the maximum numerical error in case 2 is $\sim 2.2\%$. In case 1, where the reference value is the contribution of the $g_1^1 \dot{g}_1^1$ term, the maximum numerical error is 0.2% . The relative error in case 2 is larger than in case 1 because the large g_1^0 term participates in the SV in case 2 but not in case 1. Overall, simulating a zero \dot{R}_n is most stringent, and is likely to yield the largest relative numerical errors. The maximal $\sim 2\%$ error reported here should therefore be considered as an upper bound relative error estimate.

A.4 Results

A.4.1 Synthetic flows

We begin by analyzing the magnetic energy transfer due to the interaction of simple synthetic harmonic flows with the geomagnetic field. As stated above, we use for all synthetic flow cases the geomagnetic field model *gufm1* of Jackson et al. (2000) for the year 1980 expanded until spherical harmonic degree $n_{\max} = 8$. We

focus on flows symmetric to the equator that are often considered more geophysical due to the dominance of rotational effects in Earth's core. In addition, we consider some anti-symmetric flows that are suggested by some core flow models inferred from inversions of the geomagnetic SV. We note that for the synthetic flows the sign of the circulation is arbitrary; A change of sign for the flow would result in a change of sign for all components of the matrix T_{pn} , so that if flow \mathcal{T}_n^m yields dipole decrease, flow $-\mathcal{T}_n^m$ would yield dipole increase. A summary of the synthetic flows and some statistics of the results are given in Table A.1.

While the differential rotation in case 1 may be important for the dynamo generation, such a flow does not yield any poloidal energy transfer at the top of the core. The next equatorially-symmetric toroidal flow is \mathcal{T}_2^{1c} (case 4). This flow is comprised of two pairs of vortices, a cyclone and an anticyclone, in each hemisphere. The meridional flow, which is the sole component that may cause axial dipole changes (Olson and Amit, 2006), is equatorward in $\phi = 90^\circ W$ and poleward in $\phi = 90^\circ E$. The main SV structures are related to the meridional advection of the two intense high-latitude geomagnetic flux patches in the northern hemisphere (Fig. A.4a), which are in-phase with the flow. The reduction of the axial dipole by the southward advection of the north American patch is balanced by the dipole strengthening due to the northward advection of the Siberian patch. In the southern hemisphere the two normal flux patches yield little SV due to the weak meridional field gradient associated with the patch below the Indian Ocean and the off-phase relation with the flow of the patch below the Pacific. However, the equatorward advection of the reversed flux patch below Patagonia (Fig. A.4a) results in a net dipole increase (Fig. A.4c).

Our spectral transfer analysis of case 4 indicates that practically all the dipole increase is due to net energy transfer from the quadrupole (Fig. A.4b) which is simultaneously decreasing (Fig. A.4c). This transfer between degrees 1 and 2 can be demonstrated analytically. Substituting an axial dipole field and the \mathcal{T}_2^{1c} flow into (A.12) gives

$$\dot{B}_r = -\frac{2A}{c^2} \left(\frac{a}{c}\right)^3 g_1^0 \cos \theta \sin \theta \sin \phi \quad (\text{A.19})$$

The coefficient \dot{h}_2^1 arises from (A.19). Because $h_2^1 < 0$ and $\dot{h}_2^1 = -\frac{2\sqrt{3}}{9c^2} \left(\frac{a}{c}\right)^{-1} g_1^0 > 0$, the term $h_2^1 \dot{h}_2^1$ provides a significant negative contribution to $T_{1 \rightarrow 2}$. In addition, substituting an h_2^1 field and the \mathcal{T}_2^{1c} flow into (A.12) gives

$$\dot{B}_r = \frac{3\sqrt{3}A}{c^2} \left(\frac{a}{c}\right)^4 h_2^1 (2 \cos^3 \theta - \cos \theta) \quad (\text{A.20})$$

The first term on the right hand side of (A.20) is not identified with any spherical harmonic and therefore corresponds to energy distributed over the entire spectrum.

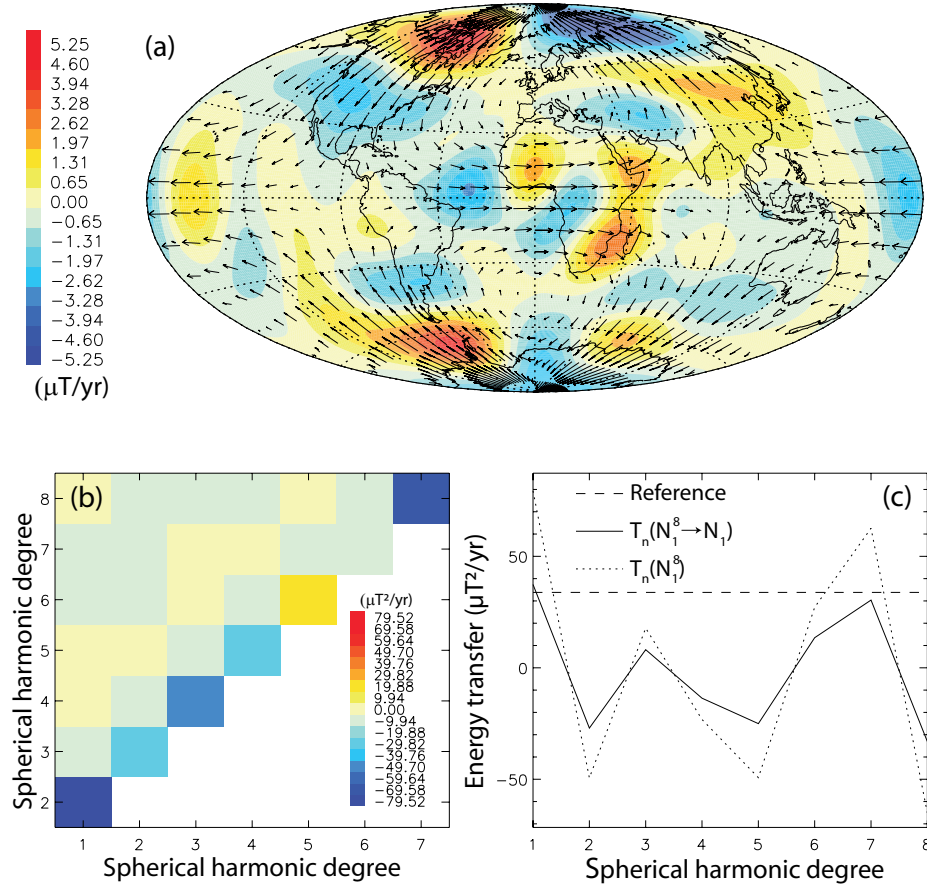


FIGURE A.4 – Case 4 : (a) SV in $\mu T/yr$ with superimposed arrows for the synthetic flow ; (b) Matrix components T_{np} in $\mu T^2/yr$; (c) Total change within the observed spectrum $T_n(N_1^8)$ (dotted) and total change including energy leaking beyond $T_n(N_1^8 \rightarrow N_1)$ (solid), both in $\mu T^2/yr$. The reference dashed line in (c) is the contribution of the term $g_1^0 \dot{g}_1^0$ to T_1 .

The second term on the right hand side of (A.20) gives the coefficient \dot{g}_1^0 . Because $g_1^0 < 0$ and $\dot{g}_1^0 = \frac{3\sqrt{3}}{2c^2} \left(\frac{a}{c}\right) h_2^1 < 0$, the term $g_1^0 \dot{g}_1^0$ provides a significant positive contribution to $T_{2 \rightarrow 1}$. Both contributions, the negative $h_2^1 h_2^1$ to $T_{1 \rightarrow 2}$ and the positive $g_1^0 \dot{g}_1^0$ to $T_{2 \rightarrow 1}$, add up to a negative T_{12} corresponding to a net energy transfer from the quadrupole to the dipole (Fig. A.4b), to a dipole increase and to a quadrupole decrease (Fig. A.4c).

Overall, the magnetic energy transfer is dominantly local in this case, i.e. the difference between the degrees involved in the transfers is $\Delta n = 1$ (Table A.1). An inverse energy cascade is seen continuously throughout almost the entire spectrum, except for forward cascade from 5 to 6. In all degrees, however, the transfer is always local between neighboring harmonics. Moreover, the integrated energy transfer within the observed spectrum $T_n(\mathbb{N}_1^8)$ and the total advective change $T_n(\mathbb{N}_1^8 \rightarrow \mathbb{N}_1)$ are well-correlated (Fig. A.4c), so the energy leaking out of the observed spectrum plays a secondary role in the large-scale kinematics.

The largest scale symmetric flows that generate kinematic dynamos were found based on linear combinations of \mathcal{T}_1^0 , \mathcal{P}_2^0 , \mathcal{P}_2^{2c} and \mathcal{P}_2^{2s} (Kumar and Roberts, 1975; Gubbins et al., 2000a,b). The poloidal flow \mathcal{P}_2^{2c} of case 5 is comprised of two equatorial sources and two equatorial sinks, with saddles in the poles. The meridional flow at $90^\circ E$ and $90^\circ W$ (the longitudes of the equatorial sources) advects the two northern hemisphere high-latitude intense flux patches poleward (see the two large positive SV structures in Fig. A.5a), thus strengthening the axial dipole (Fig. A.5c). This dipole increase is due to energy transfer from degree 3 (Fig. A.5b). Substituting an axial dipole field and the \mathcal{P}_2^{2c} flow into (A.12) gives

$$\dot{B}_r = \frac{20A}{c^2} \left(\frac{a}{c}\right)^3 g_1^0 \sin^2 \theta \cos \theta \cos 2\phi \quad (\text{A.21})$$

demonstrating that the SV due to such a field-flow interaction indeed results in a strong degree 3 coefficient \dot{g}_3^2 . Changing the phase of the flow may be important. The \mathcal{P}_2^{2s} flow is off-phase with the northern hemisphere normal flux patches resulting in bipolar SV structures due to westward drift that does not affect the axial dipole. In the southern hemisphere the distance between the two normal flux patches is such that one patch is advected poleward while the other is advected equatorward, resulting in a weak net dipole change (Table A.1). In both cases 5 and 6, the energy transfer is strictly between harmonics differing by $\Delta n = 2$, in agreement with the selection rules of the Gaunt and Elsasser integrals (see Fig. 5c of Bullard and Gellman, 1954). In case 5, the largest net energy transfer is from $n = 3$ to the dipole (Figs. A.5b and c); In case 6, the energy is transported forward from degrees 3, 4 and 5 to degrees 5, 6 and 7 respectively, resulting in a minimum in T_3 and a maximum in T_7 (not shown).

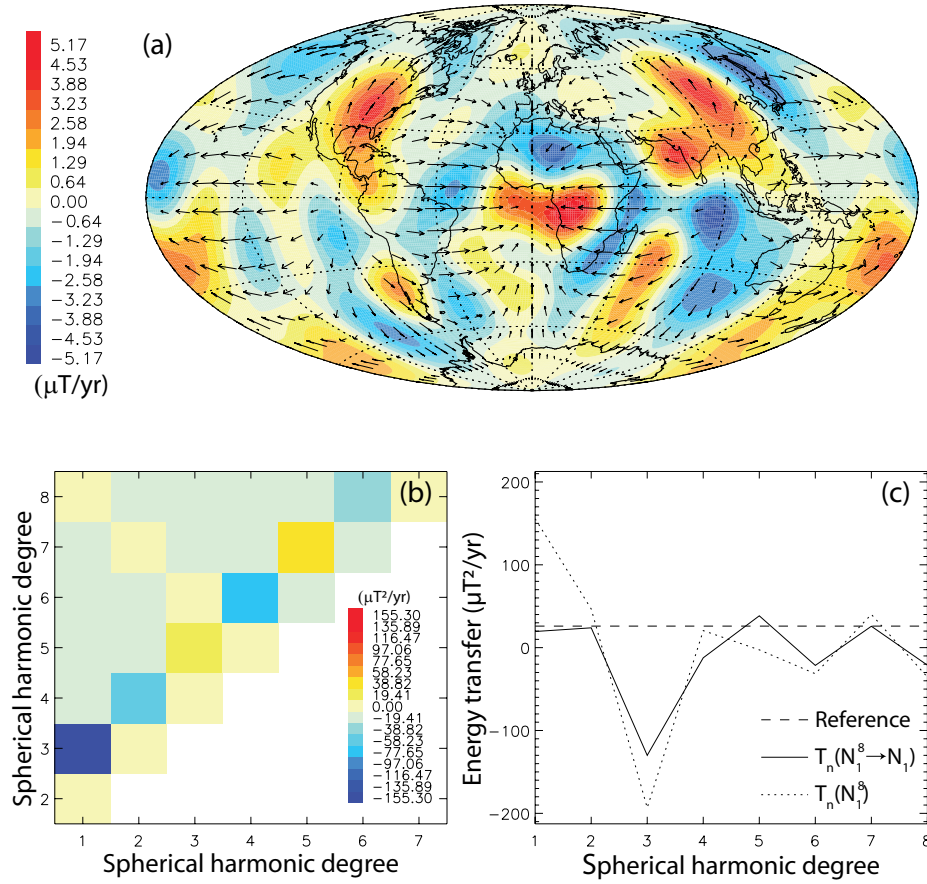


FIGURE A.5 – As in Fig. A.4 for case 5.

Also note that in both cases the dipole increases when accounting for energy transfer strictly within the observed spectrum, but the dipole change is much smaller when including the energy escaping from the observed spectrum to higher degrees.

To investigate the impact of small-scales on the magnetic energy transfer, we consider case 7 with a toroidal \mathcal{T}_5^{4c} flow. The resulting SV is characterized by somewhat smaller scales than in the previous cases (Fig. A.6a). More importantly, the transfer is less local, and the difference between the harmonics involved in the transfer is not fixed, ranging $\Delta n = 2 - 4$. The most significant energy transfer is from $n = 7$ to $n = 5$ (Fig. A.6b), resulting in a minimum in T_7 (Fig. A.6c).

We also examine two anti-symmetric flow, one toroidal and one poloidal (see Table A.1). The poloidal flow \mathcal{P}_1^0 of case 8 is all northward from a south pole source to a north pole sink. The transfer is purely local (Table A.1), as prescribed by the selec-

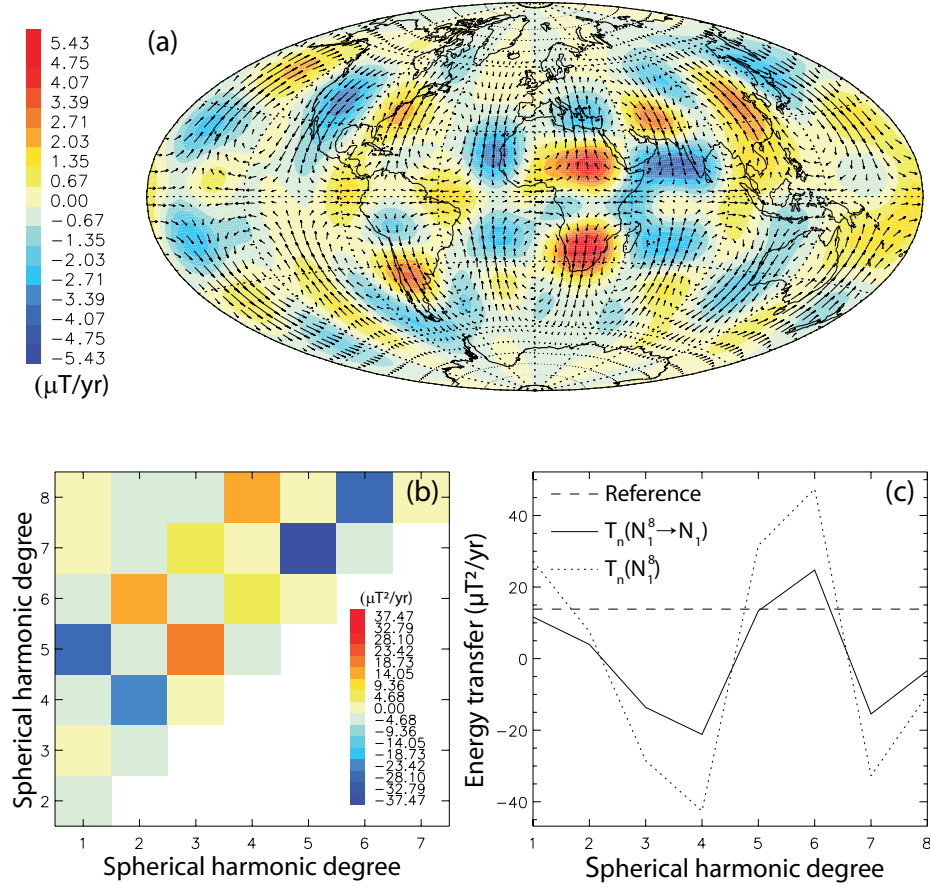


FIGURE A.6 – As in Fig. A.4 for case 7.

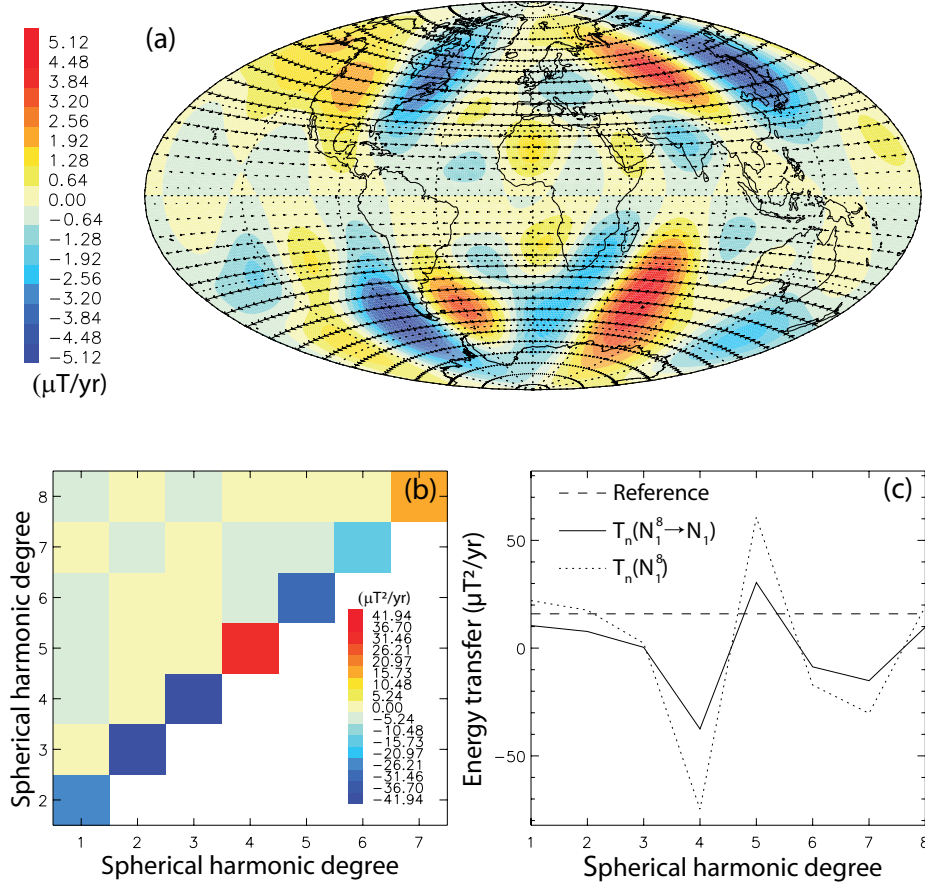


FIGURE A.7 – As in Fig. A.4 for case 9. The reference dashed line in (c) is the contribution of the term $h_1^1 \dot{h}_1^1$ to T_1 .

tion rules that permit either poloidal-to-poloidal magnetic energy transfer between neighboring degrees or poloidal-to-toroidal within the same degree (see Fig. 4 of Bullard and Gellman, 1954). The toroidal flow \mathcal{T}_2^0 (case 9) is zonal with a north-south shear, so that the motion is eastward/westward in the northern/southern hemispheres respectively. In such a purely zonal motion, dipole changes are excluded to the equatorial component (Amit and Olson, 2008). The energy transfer in this case is local, i.e. between neighboring harmonics (Fig. A.7b). An inverse magnetic energy cascade appears from degree $n = 4$ to the dipole and from degree $n = 7$ to $n = 5$, with the exception of a forward transfer from degree $n = 4$ to $n = 5$, resulting in a minimum in T_4 (Fig. A.7c).

A.4.2 Core flows

We now implement our formalism to calculate the geomagnetic energy transfer induced by core flow models. As stated above, we use the purely helical core flow model of Amit and Olson (2004) obtained from inversions of geomagnetic SV from *gufm1* (Jackson et al., 2000) in 5-years intervals during the period 1840-1990. In addition to the two integrated quantities, one of magnetic energy transfer strictly within the observed spectrum $T_n(\mathbb{N}_1^8)$, and the other of magnetic energy transfer from the observed to the entire spectrum $T_n(\mathbb{N}_1^8 \rightarrow \mathbb{N}_1)$, we also consider the observed change \dot{R}_n calculated based on the geomagnetic field and SV Gauss coefficients (red solid line in Fig. A.8). The observed \dot{R}_n differs from T_n because the latter is affected by the SV misfit of the core flow models. In addition, magnetic diffusion is likely to affect \dot{R}_n (Holme and Olsen, 2006; Holme, 2007; Amit and Christensen, 2008). In contrast, it is possible that inverted core flows cannot mimic magnetic diffusion (Holme, 2007), and unmodelled diffusive effects are absorbed by the SV misfit (Rau et al., 2000). If this is indeed the case, our calculated transfer spectrum T_n may indeed represent the transport of energy by the flow.

Fig. A.8 shows the temporal evolution of the three quantities for each spherical harmonic degree. Overall, the three quantities follow similar trends, suggesting that the geomagnetic energy leakage outside the observed spectrum, the energy change due to interactions of small-scale flow with large-scale field and of small-scale field with large-scale flow, the SV misfit of the core flow models, and the impact of magnetic diffusion on the shape of the geomagnetic field spectrum, are all secondary in the interpretation of the geomagnetic energy transfer. The largest discrepancies among the three curves seem to appear in the dipole term. In addition, the dipole change curve contains higher frequencies than the higher harmonics, highlighting the challenging task of investigating dipole variability. The quadrupole energy rate of change is the smallest in magnitude. Higher harmonics often display relatively long periods of either steady or linear trends, possibly due to the stronger temporal regularization of higher degrees in *gufm1*.

As shown in the movie *TransferGeomag.gif* and reported in Table A.4.2, a pattern of alternating minima/maxima is a robust feature of the transfer spectra T_n induced by the core flows. The period 1840-1910 is characterized by even maxima and odd minima T_n , whereas the period 1955-1990 is reversed with odd maxima and even minima. The intermediate period is transitory with a relatively smooth T_n pattern. Overall, the analysis of the core flows is much more complex than in the synthetic flows. Energy transfer occurs both locally and between non-neighboring degrees. The ratio of local to non-local transfers is about ~ 0.5 (Table A.4.2). Cascades are not

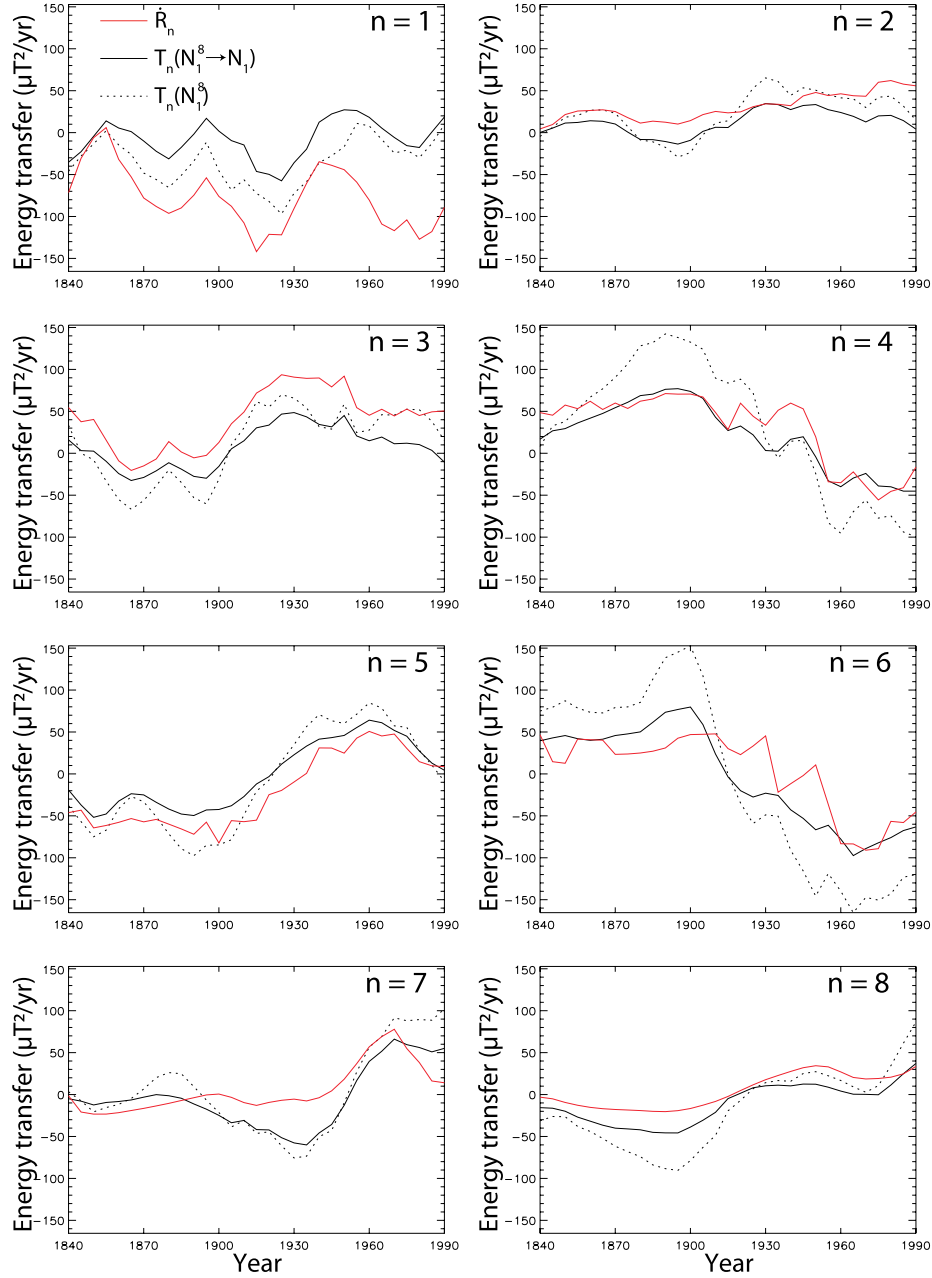


FIGURE A.8 – Total geomagnetic energy transfers $T_n(N_1^8)$ (dotted black) and $T_n(N_1^8 \rightarrow N_1)$ (solid black), and the observed change \dot{R}_n (red), for each spherical harmonic degree as a function of time for the historical period 1840-1990.

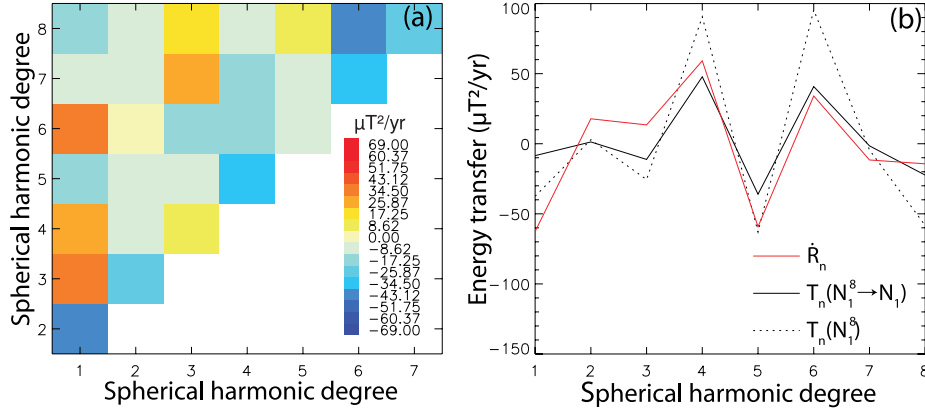


FIGURE A.9 – Geomagnetic energy transfer matrix T_{pn} , the two total energy transfers $T_n(N_1^8)$ (dotted black) and $T_n(N_1^8 \rightarrow N_1)$ (solid black), and the observed \dot{R}_n (red), all in $\mu T^2/\text{yr}$, for the time-average of the sub-interval 1840-1910.

continuous through long parts of the spectrum, but instead energy transfer in one direction is often interrupted by opposite direction of transport between neighboring degrees. Most strikingly, rapid variations in T_{pn} from one snapshot to another provide evidence for the strong time-dependence of core dynamics on short time-scales.

Kolmogorov-like turbulent behavior may arise in a statistical sense (Moffatt, 1978), so it is worth-while examining the time-average energy transfer. Following Amit and Olson (2010), we search for time-averages of sub-intervals that may highlight some trends in the behavior of the energy transfer. Figs. A.9-A.11 show three time-averages of sub-intervals characterized by different T_n trends (see Fig. A.8 and Table A.4.2). In the time-average of the period 1840-1910, even maxima and odd minima dominate T_n at intermediate degrees (Fig. A.9b). The lowest diagonal ($\Delta n = 1$) is mostly negative (Fig. A.9a), i.e. an inverse cascade transfers geomagnetic energy from high to low neighboring degrees. The left column, in contrast, is characterized by positive structures, representing forward non-local transfer from the dipole mainly to degrees $n = 3 - 4$ and $n = 6$ (Fig. A.9a) that results in the two peaks of T_4 and T_6 (Fig. A.9b).

In 1915-1950, both the lowest diagonal and the left column contain significant positive structures, so energy cascades forward through neighboring degrees, but also energy is transferred from the dipole to higher degrees $n = 3$ and 5 . The spectral region in between the lowest diagonal and left column contains some negative values, mostly due to energy transfer from $n = 5$ to $n = 2 - 3$ (Fig. A.10a). Overall, the forward

Year	$T_1 (\mathbb{N}_1^8)$	$\sum_1^8 \frac{n+1}{2n+1} T_n (\mathbb{N}_1^8) $	Max/Min	L
1840	-46.01	136.34	Even/odd	0.52
1845	-27.85	132.19	Even/odd	0.39
1850	-13.45	158.36	Even/odd	0.47
1855	2.23	169.08	Even/odd	0.52
1860	-14.65	186.25	Even/odd	0.52
1865	-26.02	198.51	Even/odd	0.50
1870	-48.15	225.36	Even/odd	0.48
1875	-55.94	240.64	Even/odd	0.46
1880	-65.47	269.47	Even/odd	0.50
1885	-50.93	300.89	Even/odd	0.53
1890	-33.99	322.07	Even/odd	0.55
1895	-11.48	312.35	Even/odd	0.55
1900	-45.57	317.63	Even/odd	0.45
1905	-68.51	281.67	Even/odd	0.34
1910	-56.29	209.10	Even/odd	0.25
1915	-72.41	185.10	-	0.32
1920	-82.05	204.77	-	0.30
1925	-97.04	252.99	-	0.39
1930	-72.24	227.27	-	0.43
1935	-58.48	215.80	-	0.55
1940	-35.87	199.43	-	0.70
1945	-27.58	208.49	-	0.68
1950	-16.92	219.63	Odd/Even	0.70
1955	11.03	223.50	Odd/Even	0.52
1960	8.01	259.52	Odd/Even	0.37
1965	-8.15	268.37	Odd/Even	0.39
1970	-24.35	251.92	Odd/Even	0.47
1975	-20.92	276.11	Odd/Even	0.29
1980	-29.85	275.40	Odd/Even	0.30
1985	-13.05	253.39	Odd/Even	0.43
1990	9.65	249.02	Odd/Even	0.38
1840-1990	-35.24	81.82	-	0.46
1840-1910	-37.47	210.62	Even/Odd	0.47
1915-1950	-57.82	202.69	-	0.51
1955-1990	-8.45	251.17	Odd/Even	0.39

TABLE A.2 – Summary of core flows in 5-years intervals for the period 1840-1990. The integrated dipole energy change by transfers within the observed spectrum is $T_1 (\mathbb{N}_1^8)$, and the rms absolute integrated change within the observed spectrum based on (A.5) is $\sum_1^8 \frac{n+1}{2n+1} |T_n (\mathbb{N}_1^8)|$, both in $\mu T^2/yr$. Even maxima and odd minima in $T_n (\mathbb{N}_1^8)$ are denoted by 'Even/Odd', odd maxima and even minima are denoted by 'Odd/Even', and '-' marks a relatively smooth pattern. The ratio of local to non-local transfers L (A.16) is also given. Horizontal lines separate the different Max/Min periods. The statistics of the total and partial time-averages are given at the bottom.

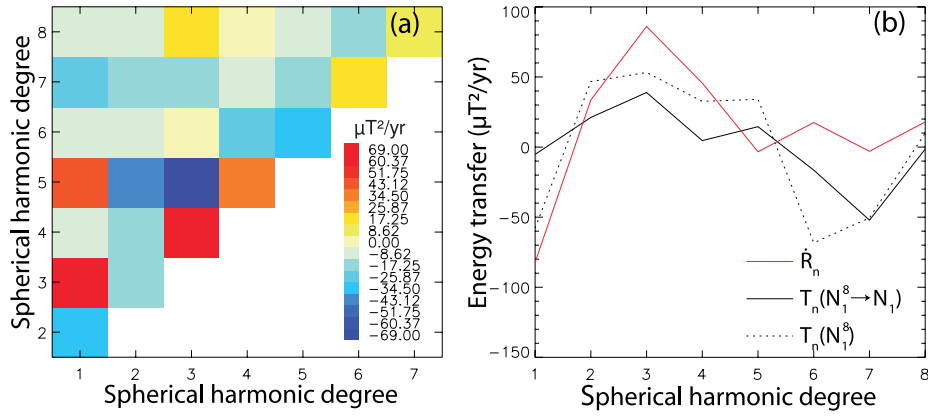


FIGURE A.10 – As in Fig. A.9 for the time-average of the sub-interval 1915-1950.

energy transfer in both the lowest diagonal and the left column yield simultaneous dipole decrease and non-dipole increase at this sub-interval (Figs. A.10b and A.8).

In the sub-interval 1955-1990, the upper part of the transfer matrix is dominantly positive, the intermediate is mostly negative, and the lower is once again positive (Fig. A.11a). Geomagnetic energy is transported from most of the spectrum to the high degrees, especially to $n = 7$. Energy leaves from intermediate degrees $n = 4 - 6$ to the rest of the spectrum. Dipole energy is transferred to degrees 2 – 3. The total transfer contains maxima in odd degrees and minima in even degrees (Fig. A.11b).

Finally, we wish to relate the spectral analysis with its origin in physical space. Holme et al. (2011) demonstrated that field concentration in one hemisphere (eastern or western) corresponds to a spectrum dominated by even harmonics. The geomagnetic SV exhibits strong hemispheric dichotomy between the active Atlantic and the quiet Pacific, which is thought to originate in thermal core-mantle coupling (Christensen and Olson, 2003; Gubbins, 2003). The product of B_r and SV, which is relevant for \dot{R}_n (A.4), has roughly the same hemispheric asymmetry, but with an opposite sign (because g_1^0 is negative). This is evident in the coincidence between minima of S_n and maxima of \dot{R}_n and vice-versa (Figs. A.2b and c). The alternating even/odd peaks of T_n are therefore partially related to the Atlantic/Pacific SV dichotomy. However, the strong temporal evolution of T_n seen in Figs. A.9-A.11 indicates that thermal core-mantle coupling alone cannot explain the observed spectral variations.

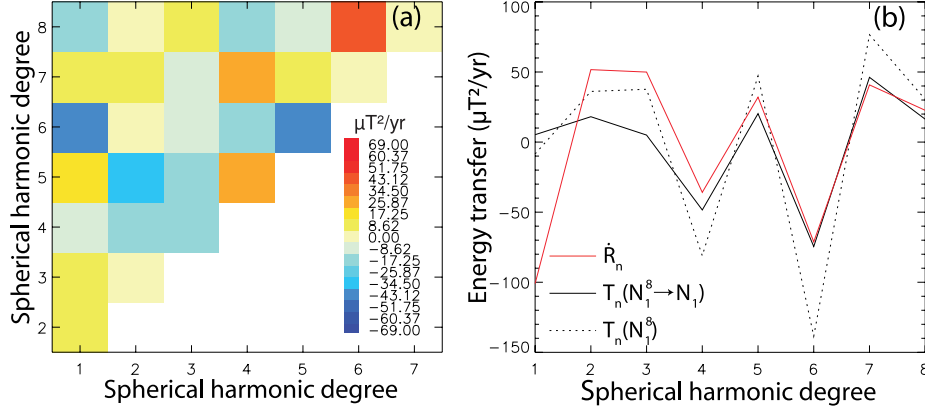


FIGURE A.11 – As in Fig. A.9 for the time-average of the sub-interval 1955-1990.

A.5 Discussion

The analysis of the energy transfer in the synthetic flows shows that most energy transfers align on one diagonal, so the difference between dominant harmonics participating in the transfer Δn is nearly constant. Flows \mathcal{T}_2^m and \mathcal{P}_1^m are local, i.e. energy is being transferred strictly between neighboring harmonics and T_{pm} is dominated by the lower diagonal (see $\Delta n = 1$ in Table A.1). Poloidal symmetric flows \mathcal{P}_2^m that were found efficient in generating dynamo action (Kumar and Roberts, 1975; Gubbins et al., 2000a,b) are characterized by $\Delta n = 2$. Similar energy transfer was found in the analysis of the magnetic spectrum of a numerical dynamo model (Olson et al., 2009). The magnetic energy transfers obtained by these low degree synthetic flows are in agreement with the selection rules of the Gaunt and Elsasser integrals (Bullard and Gellman, 1954), thus confirming the sensibility of our mathematical formulation and numerical scheme. The small-scale flow \mathcal{T}_5^{4c} shows deviations from a constant Δn and includes transfers between 2 – 4 degrees differences. Overall, the transfer induced by large-scale toroidal flows is more local than that generated by small-scale poloidal flows, in agreement with studies of MHD turbulence simulations that attributed local transfer to magnetic field advection and non-local effects to magnetic field stretching (Alexakis et al., 2007). Some single harmonic synthetic flows show magnetic energy cascade over most of the observed spectrum (Fig. A.4).

Of the nine synthetic flows studied here, the two axisymmetric poloidal flows seem to be the most efficient in producing energy transfer in general and dipole changes in particular (Table A.1). The \mathcal{P}_2^0 flow (case 3) has an equatorial source and polar sinks, so magnetic flux is advected from low- to high-latitudes and thus strengthening the

axial dipole. Note that by simply changing the sign of the flow the opposite effect, in this case dipole decrease, is obtained. A Y_2^0 CMB heat flux heterogeneity was found to be very efficient in terms of increasing (or decreasing, depending on the sign) reversal frequency by attracting magnetic flux to the equatorial region and hence initiating dipole polarity transitions (Glatzmaier et al., 1999; Kutzner and Christensen, 2004; Olson et al., 2010). Our results therefore support the importance of the \mathcal{P}_2^0 flow in obtaining rapid dipole changes. The axisymmetric poloidal \mathcal{P}_1^0 flow is perpendicular to the equator, an unlikely feature in a rapidly rotating system as Earth’s core, so it is not geophysically relevant. This flow does not change the dipole dramatically, but the energy transfer of other degrees is large.

The phase of the flow may be very important for the energy transfer. Flows \mathcal{P}_2^{2c} and \mathcal{P}_2^{2s} interact differently with the present geomagnetic field, resulting in remarkably different energy transfers. Flow \mathcal{P}_2^{2c} is in-phase with the field in the northern hemisphere, advecting the two northern hemisphere high-latitude intense flux patches poleward and thus strengthening the axial dipole (Fig. A.5c) and causing overall strong energy transfers (Table A.1). In contrast, flow \mathcal{P}_2^{2s} interacts with the southern hemisphere flux patches, but one patch is advected poleward while the other is advected equatorward, resulting in a weak dipole change and weaker energy transfers (Table A.1). A CMB heat flux pattern of Y_2^2 was found to be inefficient in reversing the dipole (Olson et al., 2010), perhaps because in a dynamically self-consistent system the vortices tend to correlate with magnetic flux patches and thus minimize the advection of these high-latitude features (Amit et al., 2010; Finlay and Amit, 2011).

While toroidal flows seem less efficient than poloidal flows in inducing energy transfers, we recall that for comparison purposes all synthetic flows were set with identical amplitudes. In Earth’s core, most studies suggest that toroidal flows are much stronger than poloidal flows, possibly by about an order of magnitude (Finlay and Amit, 2011). Differences of about a factor of 2 – 3 between the more efficient poloidal flows to the less efficient toroidal flows (Table A.1) are physically insightful, but in the geophysical context these differences could thus be overshadowed by the much larger amplitude toroidal flows in Earth’s core.

Alternating minima/maxima of T_n is characteristic of turbulent magnetic energy cascades (Alexakis et al., 2005b). Evidence for magnetic energy cascade is suggestive in the temporal variations of the geomagnetic energy spectrum (Voorhies, 2004), in particular in the form of moving peaks of successive R_n structures with time (Amit and Olson, 2010). Our detailed inspection of the energy transfer between pairs of harmonics T_{pn} shows a more complex behavior. The magnetic energy cascade in case 4 indeed contains a pattern of alternating minima/maxima of T_n (Fig. A.4). However,

while such a pattern of alternating minima/maxima of T_n dominates most of the core flows, the energy transfer T_{pn} is not exclusively local. In the period 1840-1910 (Fig. A.9a), an inverse cascade transfers energy from high to low degrees, but in addition non-local energy transfer occurs from the dipole to higher degrees. These opposing trends result in a relatively slow dipole decrease (see minimum in Fig. A.1b during this period). Energy transfer from the dipole induces maxima of T_4 and T_6 , while inverse energy cascade from $n = 5$ to $n = 4$ gives a minimum at $n = 5$, thus resulting in the even maxima and odd minima T_n pattern (Fig. A.9b). In the period 1955-1990 (Fig. A.11a) this T_n pattern has reversed. Magnetic energy is transferred from intermediate degrees 4 – 6 to lower and higher degrees, yielding maxima in T_5 and T_7 and minima in T_4 and T_6 (Fig. A.11b). In between, a short transition period between 1915-1950 is characterized by a relatively smooth T_n spectrum (Fig. A.10b). This transition period exhibits a forward energy cascade and non-local energy transfer from the dipole to higher degrees (Fig. A.10a), giving the fastest dipole decrease (Figs. A.1b and A.8).

The above analysis shows that some caution is required when interpreting alternating minima/maxima T_n as an energy cascade. Indeed, when one pair of minimum/maximum appears, the most likely scenario is local transfer (see Fig. A.12a following Fig. 1 of Mininni, 2011). However, multiple minima/maxima T_n , as typically found in the transfer spectra induced by the core flows (Figs. A.9 and A.11), may arise due to either local or non-local transfers. In that case the solution is non-unique (Amit and Olson, 2010). Consider the example in Fig. A.12b where the T_n pattern contains minima in degrees n' and $n' + 2$ and maxima in degrees $n' + 1$ and $n' + 3$. The cascade scenario would suggest forward energy transfer from n' to $n' + 1$ and from $n' + 2$ to $n' + 3$. However, alternative scenarios are also possible, e.g. non-local forward transfer from n' to $n' + 3$ and local inverse transfer from $n' + 2$ to $n' + 1$. Tracking the transfer between each pair of degrees using the T_{pn} matrix reveals the actual paths of energy. Our T_{pn} solutions obtained from the core flows show a rich behavior with both local Kolmogorov-like and non-local transfers.

Tracking magnetic energy transfer may shed light on the kinematics of the historical geomagnetic dipole moment decrease. Fig. A.8 shows that dipole SV differs from temporal variations of higher harmonics in the larger differences among the T_n (\mathbb{N}_1^8), T_n ($\mathbb{N}_1^8 \rightarrow \mathbb{N}_1$) and \dot{R}_n curves. This suggests that magnetic diffusion may play a more important role in the dipole evolution (Holme and Olsen, 2006). The growth of reversed flux patches on the CMB by radial magnetic diffusion (Chulliat and Olsen, 2010) has indeed been interpreted as a major cause for the dipole decrease (Gubbins, 1987; Olson and Amit, 2006). Dipole SV is sometimes underestimated by core flow inversions (Jackson, 1997), possibly because the inversions cannot mimic the effects

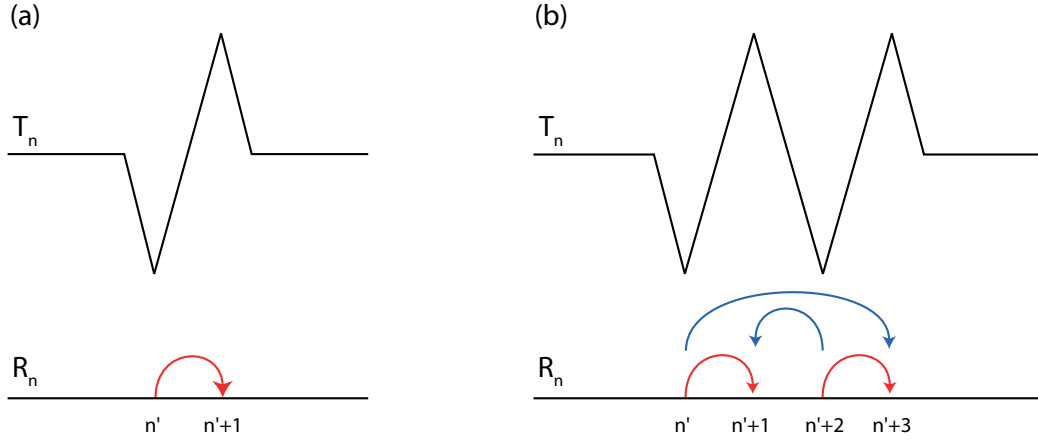


FIGURE A.12 – Schematic illustrations of alternating extrema in the transfer spectrum T_n (top) and some possible interpretations in terms of the transfer of magnetic energy spectrum R_n (bottom). (a) One pair of minimum/maximum T_n is likely to indicate local forward energy transfer. (b) Two pairs of minima/maxima T_n may be interpreted as either local forward energy cascade (red) or a more complex combination of non-local forward and local inverse transfers (blue).

of magnetic diffusion SV (Whaler and Davis, 1997; Holme, 2007). The increasing difference between T_1 and \dot{R}_1 in the past several decades (Fig. A.8) may suggest that dipole decrease by core flow has recently been relatively slow, and alternatively an increase in the rate of magnetic flux expulsion took place. The smaller differences among the three curves for the higher harmonics provide confidence in the overall interpretation of the energy transfer.

Amit and Olson (2010) argued that forward cascade with strong time-variability in the dipole family may explain the axial dipole decrease, while a much steadier inverse cascade governs the quadrupole family. However, their calculations rely on a local transfer assumption, which we find only partially valid. Our analysis shows that the direction of energy cascade may vary, but non-local energy transfer from the dipole to higher degrees seems more persistent. Integration over the entire observed spectrum shows that the contribution of non-local transfer is typically twice larger than that of local transfer (Table A.4.2). Based on these findings, explaining the temporal changes in the geomagnetic spectrum by a strictly local energy transfer seems unsatisfactory.

The time-average for the entire period 1840-1990 resembles the time-average over the transitory sub-interval 1915-1950 (Fig. A.10) with both forward energy cascade from low to high degrees and non-local energy transfer from the dipole to higher

degrees. The reversing trends of alternating extrema, from even maxima and odd minima between 1840-1910 (Fig. A.9) to odd maxima and even minima between 1955-1990 (Fig. A.11), cancel each other in the time-average of the entire period 1840-1990. It is unknown how long the first phase persisted prior to 1840. It is possible that currently the geodynamo is at the beginning of a long period of odd maxima and even minima T_n with relatively small contributions of core flow to the geomagnetic dipole decrease.

Acknowledgments

H.A. thanks C. Voorhies for encouraging to test the local transfer assumption. We thank P. Olson, B. Langlais and G. Choblet for insightful discussions. We are grateful to Bruce Buffett and an anonymous reviewer for constructive comments that significantly improved the paper. This study was supported by the Centre National d'Etudes Spatiales (CNES).

Bibliographie

- Accary, G., Meyer, H., 2011. Time scaling in the convection onset of a compressible fluid. 19ème Congrès Français de Mécanique .
- Adams, L.H., Williamson, E.D., 1923. On the compressibility of minerals and rocks at high pressures. *Journal of the Franklin Institute* 195, 475–529.
- Aki, K., Chouet, B., 1975. Origin of coda waves : source, attenuation, and scattering effects. *Journal of geophysical research* 80, 3322–3342.
- Alboussiere, T., Deguen, R., Melzani, M., 2010. Melting-induced stratification above the earth's inner core due to convective translation. *Nature* 466, 744–747.
- Alexakis, A., Mininni, P., Pouquet, A., 2005a. Imprint of large-scale flows on turbulence. *Phys. Rev. Lett.* 93, 264503.
- Alexakis, A., Mininni, P., Pouquet, A., 2005b. Shell to shell energy transfer in MHD. I. steady state turbulence. *Phys. Rev. E.* 72, 046301.
- Alexakis, A., Mininni, P., Pouquet, A., 2007. Turbulent cascades, transfer, and scale interactions in magnetohydrodynamics. *New J. Phys.* 9, 1–20.
- Alexandrov, D., Malygin, A., 2011. Coupled convective and morphological instability of the inner core boundary of the earth. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 189, 134–141.
- Allredge, L., 1984. Harmonics required in main field and secular variation models. *J. Geomagn. Geoelectr.* 36, 63–72.
- Amit, H., Aubert, J., Hulot, G., 2010. Stationary, oscillating or drifting mantle-driven geomagnetic flux patches? *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* (1978–2012) 115.
- Amit, H., Christensen, U., 2008. Accounting for magnetic diffusion in core flow inversions from geomagnetic secular variation. *Geophys. J. Int.* 175, 913–924.
- Amit, H., Olson, P., 2004. Helical core flow from geomagnetic secular variation. *Phys. Earth Planet. Inter.* 147, 1–25.

- Amit, H., Olson, P., 2006. Time-average and time-dependent parts of core flow. *Phys. Earth Planet. Inter.* 155, 120–139.
- Amit, H., Olson, P., 2008. Geomagnetic dipole tilt changes induced by core flow. *Phys. Earth Planet. Inter.* 166, 226–238.
- Amit, H., Olson, P., 2010. A dynamo cascade interpretation of the geomagnetic dipole decrease. *Geophys. J. Int.* 181, 1411–1427.
- Antonangeli, D., Siebert, J., Badro, J., Farber, D.L., Fiquet, G., Morard, G., Ryerson, F.J., 2010. Composition of the earth's inner core from high-pressure sound velocity measurements in fe–ni–si alloys. *Earth and Planetary Science Letters* 295, 292–296.
- Anufriev, A., Jones, C., Soward, A., 2005. The boussinesq and anelastic liquid approximations for convection in the earth's core. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 152, 163–190.
- Archie, G.E., 1942. The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics. *Transactions of American Institute of Mining Metallurgical Engineers* 146, 54–62.
- Aubert, J., Amit, H., Hulot, G., 2007. Detecting thermal boundary control in surface flows from numerical dynamos. *Phys. Earth Planet. Inter.* 160, 143–156.
- Aubert, J., Amit, H., Hulot, G., Olson, P., 2008a. Thermo-chemical wind flows couple earth's inner core growth to mantle heterogeneity. *Nature* 454, 758–761.
- Aubert, J., Aurnou, J., Wicht, J., 2008b. The magnetic structure of convection-driven numerical dynamos. *Geophys. J. Int.* 172, 945–956.
- Backus, G.E., 1975. Gross thermodynamics of heat engines in deep interior of earth. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 72, 1555–1558.
- Badro, J., Fiquet, G., Guyot, F., Gregoryanz, E., Occelli, F., Antonangeli, D., d'As-tuto, M., 2007. Effect of light elements on the sound velocities in solid iron : implications for the composition of earth's core. *Earth and Planetary Science Letters* 254, 233–238.
- Batchelor, G., 1953. *The theory of homogeneous turbulence*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.

- Battaile, C.C., Grugel, R., Hmelo, A., Wang, T., 1994. The effect of enhanced gravity levels on microstructural development in pb-50 wt pct sn alloys during controlled directional solidification. *Metallurgical and Materials Transactions A* 25, 865–870.
- Beckermann, C., Wang, C., 1996. Equiaxed dendritic solidification with convection : Part iii. comparisons with nh₄cl-h₂o experiments. *Metallurgical and Materials Transactions A* 27, 2784–2795.
- Bergman, M.I., 1997. Measurements of electric anisotropy due to solidification texturing and the implications for the earth's inner core. *Nature* 389, 60–63.
- Bergman, M.I., Fearn, D.R., 1994. Chimneys on the earth's inner-outer core boundary? *Geophysical research letters* 21, 477–480.
- Bergman, M.I., Giersch, L., Hinczewski, M., Izzo, V., 2000. Elastic and attenuation anisotropy in directionally solidified (hcp) zinc, and the seismic anisotropy in the earth's inner core. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 117, 139–151.
- Bergman, M.I., Lewis, D.J., Myint, I.H., Slivka, L., Karato, S.i., Abreu, A., 2010. Grain growth and loss of texture during annealing of alloys, and the translation of earth's inner core. *Geophysical Research Letters* 37.
- Birch, A.F., 1940. The alpha-gamma transformation of iron at high pressures, and the problem of the earth's magnetism. *American Journal of Science* 238, 192–211.
- Birch, F., 1952. Elasticity and constitution of the earth's interior. *Journal of Geophysical Research* 57, 227–286.
- Birch, F., 1964. Density and composition of mantle and core. *Journal of geophysical research* 69, 4377–4388.
- Blackmore, K., Beatty, K., Hui, M., Jackson, K., 1997. Growth behavior of nh₄cl₂ h₂o mixtures. *Journal of crystal growth* 174, 76–81.
- Brandeis, G., Marsh, B.D., 1989. The convective liquidus in a solidifying magma chamber : a fluid dynamic investigation. *Nature* 339, 613–616.
- Buffett, B., Wenk, H.R., 2001. Texturing of the earth's inner core by maxwell stresses. *Nature* 413, 60–63.
- Bullard, E., Gellman, H., 1954. Homogeneous dynamos and terrestrial magnetism. *Phil. Trans. R. Soc. A.* 247, 213–278.

- Bullen, K., 1946. A hypothesis on compressibility at pressures of the order of a million atmospheres. *Nature* 157, 405.
- Busse, F., Carrigan, C., 1974. Convection induced by centrifugal buoyancy. *Journal of Fluid Mechanics* 62, 579–592.
- Busse, F.H., 2014. Centrifugally driven compressible convection. *European Journal of Mechanics B Fluids* 47, 35–38. doi :10.1016/j.euromechflu.2014.04.002.
- Cain, J., Wang, Z., Schmitz, D., Meyer, J., 1989. The geomagnetic spectrum for 1989 and core-crustal separation. *Geophys. J.* 97, 443–447.
- Calvet, M., Margerin, L., 2008. Constraints on grain size and stable iron phases in the uppermost inner core from multiple scattering modeling of seismic velocity and attenuation. *Earth and Planetary Science Letters* 267, 200–212.
- Cao, A., Masson, Y., Romanowicz, B., 2007. Short wavelength topography on the inner-core boundary. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 104, 31–35.
- Cao, A., Romanowicz, B., 2004. Hemispherical transition of seismic attenuation at the top of the earth's inner core. *Earth and Planetary Science Letters* 228, 243–253.
- Cao, A., Romanowicz, B., Takeuchi, N., 2005. An observation of pkjpk : inferences on inner core shear properties. *Science* 308, 1453–1455.
- Carati, D., Debliquy, O., Knaepen, B., Teaca, B., Verma, M., 2006. Energy transfers in forced MHD turbulence. *J. Turb.* 7, 51.
- Cardin, P., Olson, P., 1992. An experimental approach to thermochemical convection in the earth's core. *Geophysical research letters* 19, 1995–1998.
- Carslaw, H., Jaeger, J., 1986. *Conduction of heat in solids*. 2nde edition. Oxford Science Publications, Clarendon Press.
- Chan, S.K., Reimer, H.H., Kahlweit, M., 1976. On the stationary growth shapes of nh_4cl dendrites. *Journal of Crystal Growth* 32, 303–315.
- Chandrasekhar, S., 1953. The instability of a layer of fluid heated below and subject to coriolis forces. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 217, 306–327.
- Chen, B., Li, J., Hauck, S.A., 2008. Non-ideal liquidus curve in the fe-s system and mercury's snowing core. *Geophysical Research Letters* 35.

- Chen, C., 1995. Experimental study of convection in a mushy layer during directional solidification. *Journal of Fluid Mechanics* 293, 81–98.
- Chen, C., Chen, F., 1991. Experimental study of directional solidification of aqueous ammonium chloride solution. *Journal of Fluid Mechanics* 227, 567–586.
- Chen, F., 1997. Formation of double-diffusive layers in the directional solidification of binary solution. *Journal of Crystal Growth* 179, 277 – 286.
- Chen, H., Chen, Y.S., Wu, X., Tewari, S., 2003. History dependence of primary dendrite spacing during directional solidification of binary metallic alloys and interdendritic convection. *Journal of crystal growth* 253, 413–423.
- Chiareli, A., Worster, M.G., 1992. On measurement and prediction of the solid fraction within mushy layers. *Journal of crystal growth* 125, 487–494.
- Choy, G.L., Cormier, V.F., 1983. The structure of the inner core inferred from short-period and broadband gdsn data. *Geophysical Journal International* 72, 1–21.
- Christensen, U., Aubert, J., 2006. Scaling properties of convection-driven dynamos in rotating spherical shells and application to planetary magnetic fields. *Geophys. J. Int.* 166, 97–114.
- Christensen, U., Olson, P., 2003. Secular variation in numerical geodynamo models with lateral variations of boundary heat flow. *Phys. Earth Planet. Inter.* 138, 39–54.
- Chulliat, A., Olsen, N., 2010. Observation of magnetic diffusion in the earth's outer core from magsat, ørsted, and champ data. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* (1978–2012) 115.
- Copley, S., Giamei, A.F., Johnson, S., Hornbecker, M., 1970. The origin of freckles in unidirectionally solidified castings. *Metallurgical Transactions* 1, 2193–2204.
- Cormier, V.F., 2007. Texture of the uppermost inner core from forward-and back-scattered seismic waves. *Earth and Planetary Science Letters* 258, 442–453.
- Cormier, V.F., Li, X., 2002. Frequency-dependent seismic attenuation in the inner core 2. a scattering and fabric interpretation. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* (1978–2012) 107, ESE–14.
- Creager, K.C., 1992. Anisotropy of the inner core from differential travel times of the phases pkp and pkikp. *Nature* 356, 309–314.

- Cummins, P., Johnson, L.R., 1988. Short-period body wave constraints on properties of the earth's inner core boundary. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* (1978–2012) 93, 9058–9074.
- Dai, Z., Wang, W., Wen, L., 2012. Irregular topography at the earth's inner core boundary. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 109, 7654–7658.
- Davies, J.H., Davies, D.R., 2010. Earth's surface heat flux. *Solid Earth* 1, 5–24.
- Davis, S.H., 2001. *Theory of solidification*. Cambridge University Press.
- Deguen, R., 2009. *Dynamique de la cristallisation de la graine : expériences et modèles*. Ph.D. thesis. Université Joseph-Fourier-Grenoble I.
- Deguen, R., 2012. Structure and dynamics of earth's inner core. *Earth and Planetary Science Letters* 333, 211–225.
- Deguen, R., Alboussière, T., Brito, D., 2007. On the existence and structure of a mush at the inner core boundary of the earth. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 164, 36–49.
- Deguen, R., Cardin, P., 2011. Thermochemical convection in earth's inner core. *Geophysical Journal International* 187, 1101–1118.
- Deuss, A., 2014. Heterogeneity and anisotropy of earth's inner core. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences* 42, 103–126. doi :10.1146/annurev-earth-060313-054658.
- Deuss, A., Irving, J.C., Woodhouse, J.H., 2010. Regional variation of inner core anisotropy from seismic normal mode observations. *Science* 328, 1018–1020.
- Deuss, A., Woodhouse, J.H., Paulssen, H., Trampert, J., 2000. The observation of inner core shear waves. *Geophysical Journal International* 142, 67–73.
- Diepers, H.J., Steinbach, I., 2006. Interaction of interdendritic convection and dendritic primary spacing : Phase-field simulation and analytical modeling, in : *Materials Science Forum*, Trans Tech Publ. pp. 145–150.
- Dormy, E., Valet, J.P., Courtillot, V., 2000. Numerical models of the geodynamo and observational constraints. *Geochemistry, geophysics, geosystems* 1.
- Dumberry, M., Bloxham, J., 2002. Inner core tilt and polar motion. *Geophysical Journal International* 151, 377–392.

- Dziewonski, A.M., Anderson, D.L., 1981. Preliminary reference earth model. *Physics of the earth and planetary interiors* 25, 297–356.
- Dziewonski, A.M., Gilbert, F., 1971. Solidity of the inner core of the earth inferred from normal mode observations. *Nature* 234, 465–466. URL : <http://dx.doi.org/10.1038/234465a0>, doi :10.1038/234465a0.
- Dziewonski, A.M., Gilbert, F., 1972. Observations of normal modes from 84 recordings of the alaskan earthquake of 1964 march 28. *Geophysical Journal International* 27, 393–446.
- Elsasser, W., 1946. Induction effects in terrestrial magnetism part I. Theory. *Phys. Rev.* 69, 106–116.
- Fearn, D.R., Loper, D.E., Roberts, P.H., 1981. Structure of the earth's inner core. *Nature* , 232–233.
- Feltham, D., Untersteiner, N., Wettlaufer, J., Worster, M., 2006. Sea ice is a mushy layer. *Geophysical Research Letters* 33.
- Feltham, D.L., Worster, M.G., 2000. Similarity solutions describing the melting of a mushy layer. *Journal of crystal growth* 208, 746–756.
- Finlay, C., Amit, H., 2011. On flow magnitude and field-flow alignment at Earth's core surface. *Geophys. J. Int.* 186, 175–192.
- Frisch, U., 1995. *Turbulence : the legacy of A.N. Kolmogorov*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Furukawa, A., Meyer, H., Onuki, A., Kogan, A.B., 2003. Convection in a very compressible fluid : Comparison of simulations with experiments. *Phys. Rev. E* 68, 056309. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.68.056309>, doi :10.1103/PhysRevE.68.056309.
- Garcia, R., 2002. Constraints on upper inner-core structure from waveform inversion of core phases. *Geophysical Journal International* 150, 651–664.
- Garcia, R., Souriau, A., 2000. Inner core anisotropy and heterogeneity level. *Geophysical research letters* 27, 3121–3124.
- Gastine, T., Heimpel, M., Wicht, J., 2014. Zonal flow scaling in rapidly-rotating compressible convection. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 232, 36–50.

- Gastine, T., Wicht, J., 2012. Effects of compressibility on driving zonal flow in gas giants. *Icarus* 219, 428–442.
- Gebhart, B., 1962. Effects of viscous dissipation in natural convection. *Journal of Fluid Mechanics* 14, 225–232.
- Gillet, N., Pais, M., Jault, D., 2009. Ensemble inversion of time-dependent core flow models. *Geochem. Geophys. Geosyst.* 10, Q06004.
- Gillet, N., Schaeffer, N., Jault, D., 2011. Rationale and geophysical evidence for quasi-geostrophic rapid dynamics within the Earth's outer core. *Phys. Earth Planet. Inter.* .
- Gissinger, C., Dormy, E., Fauve, S., 2010. Morphology of field reversals in turbulent dynamos. *Europhys. Lett.* 90, 49001.
- Glatzmaier, G., Coe, R., Hongre, L., Roberts, P., 1999. The role of the earth's mantle in controlling the frequency of geomagnetic reversals. *Nature* 401, 885–890.
- Glatzmaier, G.A., Gilman, P.A., 1981. Compressible convection in a rotating spherical shell, in : *Solar Phenomena in Stars and Stellar Systems*. Springer, pp. 145–172.
- Gough, D., 1969. The anelastic approximation for thermal convection. *Journal of the atmospheric sciences* 26, 448–456.
- Gubbins, D., 1987. Mechanism for geomagnetic polarity reversals. *Nature* 326, 167–169.
- Gubbins, D., 2003. *Thermal Core-Mantle Interactions : Theory and Observations*. American Geophysical Union. pp. 163–179.
- Gubbins, D., Barber, C., Gibbons, S., Love, J., 2000a. Kinematic dynamo action in a sphere : I effects of differential rotation and meridional circulation on solutions with axial dipole symmetry. *Proc. R. Soc. Lond. A* 456, 1333–1353.
- Gubbins, D., Barber, C., Gibbons, S., Love, J., 2000b. Kinematic dynamo action in a sphere : II symmetry selection. *Proc. R. Soc. Lond. A* 456, 1669–1683.
- Gubbins, D., Masters, G., Nimmo, F., 2008. A thermochemical boundary layer at the base of earth's outer core and independent estimate of core heat flux. *Geophysical Journal International* 174, 1007–1018.

- Gubbins, D., Sreenivasan, B., Mound, J., Rost, S., 2011. Melting of the earth/'s inner core. *Nature* 473, 361–363.
- Gubbins, D., Willis, P., Sreenivasan, B., 2007. Correlation of Earth's magnetic field with lower mantle thermal and seismic structure. *Phys. Earth Planet. Inter.* 162, 256–260.
- Guoming, J., Dapeng, Z., 2012. Observation of high-frequency pkikp in japan : Insight into fine structure of inner core boundary. *Journal of Asian Earth Sciences* 59, 167–184.
- Gutenberg, B., 1913. Über die konstitution des erdinnern, erschlossen aus erdbebenbeobachtungen. *Physikalische Zeitschrift* 14, 1217–1218.
- Häge, H., 1983. Velocity constraints for the inner core inferred from long-period pkp amplitudes. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 31, 171–185.
- Hallworth, M.A., Huppert, H.E., Woods, A.W., 2004. Crystallization and layering induced by heating a reactive porous medium. *Geophysical research letters* 31.
- Hanley, H.J., McCarty, R.D., Haynes, W.M., 1974. The viscosity and thermal conductivity coefficients for dense gaseous and liquid argon, krypton, xenon, nitrogen, and oxygen. *Journal of Physical and Chemical Reference Data* 3, 979–1017.
- Hauck, S.A., Aurnou, J.M., Dombard, A.J., 2006. Sulfur's impact on core evolution and magnetic field generation on ganymede. *Journal of Geophysical Research : Planets* (1991–2012) 111.
- Heimpel, M., Aurnou, J., Wicht, J., 2005. Simulation of equatorial and high-latitude jets on jupiter in a deep convection model. *Nature* 438, 193–196.
- Hewitt, J., McKenzie, D., Weiss, N., 1975. Dissipative heating in convective flows. *Journal of Fluid Mechanics* 68, 721–738.
- Higgins, G., Kennedy, G., 1971. The adiabatic gradient and the melting point gradient in the core of the earth. *Journal of Geophysical Research* 76, 1870–1878.
- Holme, R., 2007. Large-scale flow in the core, in : Olson, P. (Ed.), *Treatise on Geophysics*, Elsevier Science. pp. 107–130.
- Holme, R., Olsen, N., 2006. Core surface flow modelling from high-resolution secular variation. *Geophys. J. Int.* 166, 518–528.

- Holme, R., Olsen, N., Bairstow, F., 2011. Mapping geomagnetic secular variation at the core–mantle boundary. *Geophys. J. Int.* 186, 521–528.
- Huang, H., Fei, Y., Cai, L., Jing, F., Hu, X., Xie, H., Zhang, L., Gong, Z., 2011. Evidence for an oxygen-depleted liquid outer core of the earth. *Nature* 479, 513–516.
- Huguet, L., Amit, H., 2012. Magnetic energy transfer at the top of the earth's core. *Geophysical Journal International* 190, 856–870. URL : <http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-246X.2012.05542.x>, doi :10.1111/j.1365-246X.2012.05542.x.
- Hunt, J., 1979. Solidification and casting of metals. The Metal Society, London , 3.
- Hunt, J., Lu, S.Z., 1996. Numerical modeling of cellular/dendritic array growth : spacing and structure predictions. *Metallurgical and Materials Transactions A* 27, 611–623.
- Huppert, H.E., 1990. The fluid mechanics of solidification. *Journal of Fluid Mechanics* 212, 209–240.
- Huppert, H.E., Sparks, R.S.J., 1988. The generation of granitic magmas by intrusion of basalt into continental crust. *Journal of Petrology* 29, 599–624.
- Irving, J., Deuss, A., 2011a. Hemispherical structure in inner core velocity anisotropy. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* (1978–2012) 116.
- Irving, J.C., Deuss, A., 2011b. Stratified anisotropic structure at the top of earth's inner core : A normal mode study. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 186, 59–69.
- Ishii, M., Dziewoński, A.M., 2002. The innermost inner core of the earth : Evidence for a change in anisotropic behavior at the radius of about 300 km. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 99, 14026–14030.
- Jackson, A., 1997. Time-dependency of tangentially geostrophic core surface motions. *Phys. Earth Planet. Inter.* 103, 293–311.
- Jackson, A., Jonkers, A., Walker, M., 2000. Four centuries of geomagnetic secular variation from historical records. *Phil. Trans. R. Soc. Lond.* A358, 957–990.
- Jackson, K., Hunt, J., Uhlmann, D., Seward, T., 1966. On origin of equiaxed zone in castings. *Transactions of the Metallurgical Society of AIME* 236, 149.

- Jacobs, J.A., 1953. The earth's inner core. *Nature* 172, 297–298. URL : <http://dx.doi.org/10.1038/172297a0>, doi :10.1038/172297a0.
- Jahrling, K., Tait, S., 1996. Measurements of the evolution of porosity in a mushy layer. *Journal of crystal growth* 167, 285–291.
- Jarvis, G.T., McKenzie, D.P., 1980. Convection in a compressible fluid with infinite prandtl number. *Journal of Fluid Mechanics* 96, 515–583.
- Jaupart, C., Mareschal, J., 2007. Heat flow and thermal structure of the lithosphere. *Treatise on Geophysics* 6, 217–251.
- Jeanloz, R., Wenk, H.R., 1988. Convection and anisotropy of the inner core. *Geophysical Research Letters* 15, 72–75.
- Jeffreys, H., 1926. The rigidity of the earth's central core. *Geophysical Journal International* 1, 371–383.
- Jones, C.A., Kuzanyan, K.M., 2009. Compressible convection in the deep atmospheres of giant planets. *Icarus* 204, 227–238.
- Jordan, T.H., Sipkin, S.A., 1977. Estimation of the attenuation operator for multiple scs waves. *Geophysical Research Letters* 4, 167–170.
- Kahle, A., Vestine, E., Ball, R., 1967. Estimated surface motions at the core surface. *J. Geophys. Res.* 72, 1095–1108.
- Karato, S.i., 1993. Inner core anisotropy due to the magnetic field—induced preferred orientation of iron. *Science* 262, 1708–1711.
- Karato, S.i., 1999. Seismic anisotropy of the earth's inner core resulting from flow induced by maxwell stresses. *Nature* 402, 871–873.
- Kaya, H., Çadırlı, E., Keşlioğlu, K., Maraşlı, N., 2005. Dependency of the dendritic arm spacings and tip radius on the growth rate and composition in the directionally solidified succinonitrile–carbon tetrabromide alloys. *Journal of crystal growth* 276, 583–593.
- Keating, S.R., Spiegel, E.A., Worster, M.G., 2011. Patterns of convection in solidifying binary solutions. *Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics* 105, 304–328.
- King, E., Stellmach, S., Aurnou, J., 2012. Heat transfer by rapidly rotating rayleigh–bénard convection. *Journal of Fluid Mechanics* 691, 568–582.

- King, E., Stellmach, S., Noir, J., Hansen, U., Aurnou, J., 2009. Boundary layer control of rotating convection systems,. *Nature* 457, 301–304.
- Kolmogorov, A., 1941. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. *Dokl. AN SSSR* 30, 299–303.
- Koot, L., Dumberry, M., 2011. Viscosity of the earth’s inner core : Constraints from nutation observations. *Earth and Planetary Science Letters* 308, 343–349.
- Koper, K.D., Dombrovskaya, M., 2005. Seismic properties of the inner core boundary from pkikp/p amplitude ratios. *Earth and Planetary Science Letters* 237, 680–694.
- Koper, K.D., Pyle, M.L., 2004. Observations of pkikp/pcp amplitude ratios and implications for earth structure at the boundaries of the liquid core. *Journal of Geophysical Research* 109.
- Krasnoshchekov, D.N., Kaazik, P.B., Ovtchinnikov, V.M., 2005. Seismological evidence for mosaic structure of the surface of the earth’s inner core. *Nature* 435, 483–487.
- Kumar, S., Roberts, P., 1975. A three-dimensional kinematic dynamo. *Proc. R. Soc. Lond. A* 344, 235–258.
- Kurz, W., Fisher, D., 1981. Dendrite growth at the limit of stability : tip radius and spacing. *Acta Metallurgica* 29, 11–20.
- Kutzner, C., Christensen, U., 2004. Simulated geomagnetic reversals and preferred virtual geomagnetic pole paths. *Geophys. J. Int.* 157, 1105–1118.
- Landau, L., Lifshitz, E., 1960. *Electrodynamics of continuous media*.
- Le Reun, T., 2013. Expériences de convection du Xénon en hyper-gravité. Bachelor’s thesis. École Normale Supérieure de Lyon.
- Lehmann, I., 1936. P’, publ. *Bur. Centr. Seism. Internat. Serie A* 14, 87–115.
- Lehmann, P., Moreau, R., Camel, D., Bolcato, R., 1998. A simple analysis of the effect of convection on the structure of the mushy zone in the case of horizontal Bridgman solidification. comparison with experimental results. *Journal of crystal growth* 183, 690–704.

- Leyton, F., Koper, K.D., 2007. Using pkikp coda to determine inner core structure : 2. determination of qc. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* (1978–2012) 112.
- Liu, L., Olson, P., 2009. Geomagnetic dipole moment collapse by convective mixing in the core. *Geophys. Res. Lett.* 36, L10305.
- Loper, D.E., Fearn, D.R., 1983. A seismic model of a partially molten inner core. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* (1978–2012) 88, 1235–1242.
- Loper, D.E., Roberts, P.H., 1981. A study of conditions at the inner core boundary of the earth. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 24, 302–307.
- Lowes, F., 1974. Spatial power spectrum of the main geomagnetic field. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 36, 717–730.
- Lythgoe, K., Deuss, A., Rudge, J., Neufeld, J., 2013. Earth's inner core : Innermost inner core or hemispherical variations ? *Earth and Planetary Science Letters* 385, 181–189.
- Marsh, B.D., 1989. Magma chambers. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences* 17, 439–474. doi :10.1146/annurev. ea.17.050189.002255.
- McDonald, R., Hunt, J., 1970. Convective fluid motion within the interdendritic liquid of a casting. *Metallurgical and Materials Transactions B* 1, 1787–1788.
- McKenzie, D., 1984. The generation and compaction of partially molten rock. *Journal of Petrology* 25, 713–765.
- McKenzie, D., 2011. Compaction and crystallization in magma chambers : Towards a model of the skaergaard intrusion. *Journal of Petrology* 52, 905–930.
- McLeod, M., 1996. Spatial and temporal power spectra of the geomagnetic field. *J. Geophys. Res.* 101, 2745–2764.
- McSweeney, T.J., Creager, K.C., Merrill, R.T., 1997. Depth extent of inner-core seismic anisotropy and implications for geomagnetism. *Physics of the earth and planetary interiors* 101, 131–156.
- Meyer, H., Kogan, A.B., 2002. Onset of convection in a very compressible fluid : the transient toward steady state. *Physical Review E* 66, 056310.

- Mininni, P., 2007. Inverse cascades and α effect at a low magnetic Prandtl number. *Phys. Rev. E*. 76, 026316.
- Mininni, P., 2011. Scale interactions in magnetohydrodynamic turbulence. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 43, 377–397.
- Müller, G., Neumann, G., 1983. Tenfold growth rates in the travelling heater method of gasb crystals by forced convection on a centrifuge. *Journal of Crystal Growth* 63, 58 – 66.
- Moffatt, H., 1978. *Magnetic field generation in electrically conducting fluids*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Monnereau, M., Calvet, M., Margerin, L., Souriau, A., 2010. Lopsided growth of earth's inner core. *Science* 328, 1014–1017.
- Morard, G., Siebert, J., Andrault, D., Guignot, N., Garbarino, G., Guyot, F., Antongeli, D., 2013. The earth's core composition from high pressure density measurements of liquid iron alloys. *Earth and Planetary Science Letters* 373, 169–178.
- Morelli, A., Dziewonski, A.M., Woodhouse, J.H., 1986. Anisotropy of the inner core inferred from pkikp travel times. *Geophysical Research Letters* 13, 1545–1548.
- Mullins, W.W., Sekerka, R.F., 1964. Stability of a Planar Interface During Solidification of a Dilute Binary Alloy. *Journal of Applied Physics* 35, 444–451. doi :10.1063/1.1713333.
- Nataf, H., Hager, B.H., Scott, R.F., 1984. Convection experiments in a centrifuge and the generation of plumes in a very viscous fluid, in : *Annales Geophysicae*, pp. 303–310.
- Notz, D., Wettlaufer, J.S., Worster, M.G., 2005. A non-destructive method for measuring the salinity and solid fraction of growing sea ice in situ. *Journal of Glaciology* 51, 159–166.
- Ogura, Y., Phillips, N.A., 1962. Scale analysis of deep and shallow convection in the atmosphere. *Journal of the atmospheric sciences* 19, 173–179.
- Oldham, R.D., 1906. The constitution of the interior of the earth, as revealed by earthquakes. *Quarterly Journal of the Geological Society* 62, 456–475.

- Olsen, N., Manda, M., 2008. Rapidly changing flows in the Earth's core. *Nature Geosci.* 1, 390–394.
- Olson, P., Amit, H., 2006. Changes in earth's dipole. *Naturwissenschaften* 93, 519–542.
- Olson, P., Christensen, U., 2002. The time averaged magnetic field in numerical dynamos with nonuniform boundary heat flow. *Geophys. J. Int.* 151, 809–823.
- Olson, P., Christensen, U., 2006. Dipole moment scaling for convection-driven planetary dynamos. *Earth Planet. Sci. Lett.* 250, 561–571.
- Olson, P., Coe, R., Driscoll, P., Glatzmaier, G., Roberts, P., 2010. Geodynamo reversal frequency and heterogeneous core-mantle boundary heat flow. *Phys. Earth Planet. Inter.* 180, 66–79.
- Olson, P., Deguen, R., 2012. Eccentricity of the geomagnetic dipole caused by lopsided inner core growth. *Nature Geoscience* 5, 565–569.
- Olson, P., Driscoll, P., Amit, H., 2009. Dipole collapse and reversal precursors in a numerical dynamo. *Phys. Earth Planet. Inter.* 173, 121–140.
- O'Rourke, J., Riggs, A., Guertler, C., Miller, P., Padhi, C., Popelka, M., Wells, A., West, A., Zhong, J.Q., Wettlaufer, J.S., 2012. Mushy-layer dynamics in micro and hyper gravity. *Physics of Fluids (1994-present)* 24, 103305.
- Ostrach, S., 1952. Laminar natural-convection flow and heat transfer of fluids with and without heat sources in channels with constant wall temperatures. Technical Report. Lewis Flight Propulsion Lab., NACA.
- Pais, A., Hulot, G., 2000. Length of day decade variations, torsional oscillations and inner core superrotation :evidence from recovered core surface zonal flows. *Earth Planet. Sci. Lett.* 118, 291–316.
- Pais, M., Jault, D., 2008. Quasi-geostrophic flows responsible for the secular variation of the earth's magnetic field. *Geophysical Journal International* 173, 421–443.
- Peppin, S., Huppert, H.E., Worster, M., 2008. Steady-state solidification of aqueous ammonium chloride. *Journal of Fluid Mechanics* 599, 465–476.
- Poirier, J.P., 1994. Light elements in the earth's outer core : A critical review. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 85, 319 – 337.

- Poupinet, G., Kennett, B., 2004. On the observation of high frequency pkikp and its coda in australia. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 146, 497–511.
- Poupinet, G., Pillet, R., Souriau, A., 1983. Possible heterogeneity of the earth's core deduced from pkikp travel times. *Nature* 305, 204–206.
- Pouquet, A., Frisch, U., L  eorat, J., 1976. Strong MHD helical turbulence and the nonlinear dynamo effect. *J. Fluid Mech.* 77, 321–354.
- Pozzo, M., Davies, C., Gubbins, D., Alf  , D., 2012. Thermal and electrical conductivity of iron at earth's core conditions. *Nature* 485, 355–358.
- Rau, S., Christensen, U., Jackson, A., Wicht, J., 2000. Core flow inversion tested with numerical dynamo models. *Geophys. J. Int.* 141, 485–497.
- Rees Jones, D.W., Worster, M.G., 2013. Fluxes through steady chimneys in a mushy layer during binary alloy solidification. *Journal of Fluid Mechanics* 714, 127–151.
- Regel, L.L., Wilcox, W.R., 1994. *Materials processing in high gravity*. Springer.
- Riahi, D., 2001. Effects of centrifugal and coriolis forces on a hydromagnetic chimney convection in a mushy layer. *Journal of crystal growth* 226, 393–405.
- Riahi, D., Sayre, T., 1996. Effect of rotation on the structure of a convecting mushy layer. *Acta mechanica* 118, 109–119.
- Riahi, D.N., 1997. Effects of centrifugal and coriolis forces on chimney convection during alloy solidification. *Journal of crystal growth* 179, 287–296.
- Ricolleau, A., Fei, Y., Corgne, A., Siebert, J., Badro, J., 2011. Oxygen and silicon contents of earth's core from high pressure metal–silicate partitioning experiments. *Earth and Planetary Science Letters* 310, 409 – 421.
- Roberts, P., Scott, S., 1965. On analysis of the secular variation, 1, a hydromagnetic constraint : Theory. *J. Geomagn. Geoelectr.* 17, 137–151.
- Rodot, H., Regel, L., Sarafanov, G., Hamidi, M., Videskii, I., Turtchaninov, A., 1986. Cristaux de rellure de plomb   labor  s en centrifugeuse. *Journal of Crystal Growth* 79, 77–83.
- Rodot, H., Regel, L., Turtchaninov, A., 1990. Crystal growth of iv–vi semiconductors in a centrifuge. *Journal of crystal growth* 104, 280–284.

- Romanowicz, B., Li, X.D., Durek, J., 1996. Anisotropy in the inner core : Could it be due to low-order convection ? *Science* 274, 963–966.
- Romanowicz, B., Mitchell, B., 2007. Q in the earth from crust to core. *Treatise of Geophysics*. Oxford : Elsevier 1, 731–774.
- Ryan, D.A., Sarson, G.R., 2007. Are geomagnetic field reversals controlled by turbulence within the earth's core ? *Geophysical research letters* 34.
- Sakurai, T., Matsuda, T., 1974. Gasdynamics of a centrifugal machine. *Journal of Fluid Mechanics* 62, 727–736.
- Sarazin, J., Hellawell, A., 1988. Channel formation in pb-sn, pb-sb, and pb-sn-sb alloy ingots and comparison with the system $\text{nh}_4\text{cl-h}_2\text{o}$. *Metallurgical Transactions A* 19, 1861–1871.
- Sato, H., Fehler, M.C., Maeda, T., 2012. Phenomenological study of coda waves, in : *Seismic Wave Propagation and Scattering in the Heterogeneous Earth : Second Edition*. Springer, pp. 63–123.
- Schaeffer, N., Pais, M.A., 2011. On symmetry and anisotropy of earth-core flows. *Geophysical Research Letters* 38.
- Schubert, G., Turcotte, D.L., Olson, P., 2001. *Mantle Convection in the Earth and Planets*. Cambridge University Press.
- Scott, R.F., 1983. Centrifuge model testing at caltech. *International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 2, 188 – 198.
- Shapiro, N., Campillo, M., Margerin, L., Singh, S., Kostoglodov, V., Pacheco, J., 2000. The energy partitioning and the diffusive character of the seismic coda. *Bulletin of the Seismological Society of America* 90, 655–665.
- Shearer, P., Masters, G., 1990. The density and shear velocity contrast at the inner core boundary. *Geophysical Journal International* 102, 491–498.
- Shimizu, H., Poirier, J., Le Mouél, J., 2005. On crystallization at the inner core boundary. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 151, 37–51.
- Shirtcliffe, T., Huppert, H.E., Worster, M.G., 1991. Measurement of the solid fraction in the crystallization of a binary melt. *Journal of crystal growth* 113, 566–574.

- Shirtcliffe, T., Kerr, R.C., 1992. On the use of electrical resistance and temperature as measures of the solid fraction in a mushy layer. *Journal of crystal growth* 125, 495–501.
- Singh, S., Taylor, M., Montagner, J., 2000. On the presence of liquid in earth's inner core. *Science* 287, 2471–2474.
- Sipkin, S.A., Jordan, T.H., 1980. Regional variation of q_{scs} . *Bulletin of the Seismological Society of America* 70, 1071–1102.
- Song, X., Dai, W., 2008. Topography of earth's inner core boundary from high-quality waveform doublets. *Geophysical Journal International* 175, 386–399.
- Song, X., Helmberger, D.V., 1993. Anisotropy of earth's inner core. *Geophysical research letters* 20, 2591–2594.
- Song, X., Helmberger, D.V., 1995. Depth dependence of anisotropy of earth's inner core. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* (1978–2012) 100, 9805–9816.
- Souriau, A., Souriau, M., 1989. Ellipticity and density at the inner core boundary from subcritical pkikp and pcp data. *Geophysical Journal International* 98, 39–54.
- Spiegel, E., Veronis, G., 1960. On the boussinesq approximation for a compressible fluid. *The Astrophysical Journal* 131, 442.
- Spinelli, J., Peres, M., Garcia, A., 2005. Thermosolutal convective effects on dendritic array spacings in downward transient directional solidification of al–si alloys. *Journal of alloys and compounds* 403, 228–238.
- Spinelli, J.E., Rocha, O.F.L., Garcia, A., 2006. The influence of melt convection on dendritic spacing of downward unsteady-state directionally solidified sn–pb alloys. *Materials Research* 9, 51–57.
- Šrámek, O., Ricard, Y., Bercovici, D., 2007. Simultaneous melting and compaction in deformable two-phase media. *Geophysical Journal International* 168, 964–982.
- Stacey, F., Loper, D., 2007. A revised estimate of the conductivity of iron alloy at high pressure and implications for the core energy balance. *Phys. Earth Planet. Inter.* 161, 13–18.
- Steinbach, V., Hansen, U., Ebel, A., 1989. Compressible convection in the earth's mantle : a comparison of different approaches. *Geophysical Research Letters* 16, 633–636.

- Steinle-Neumann, G., Stixrude, L., Cohen, R., Gülseren, O., 2001. Elasticity of iron at the temperature of the earth's inner core. *Nature* 413, 57–60.
- Stewart, A.J., Schmidt, M.W., van Westrenen, W., Liebske, C., 2007. Mars : A new core-crystallization regime. *Science* 316, 1323–1325.
- Stixrude, L., Cohen, R., 1995. High-pressure elasticity of iron and anisotropy of earth's inner core. *SCIENCE-NEW YORK THEN WASHINGTON-* , 1972–1972.
- Sumita, I., Olson, P., 1999. A laboratory model for convection in earth's core driven by a thermally heterogeneous mantle. *Science* 286, 1547–1549.
- Sumita, I., Yoshida, S., Kumazawa, M., Hamano, Y., 1996. A model for sedimentary compaction of a viscous medium and its application to inner-core growth. *Geophysical Journal International* 124, 502–524.
- Tachinami, C., Ogawa, M., Kameyama, M., 2014. Thermal convection of compressible fluid in the mantle of super-earths. *Icarus* 231, 377–384.
- Tackley, P.J., 1996. Effects of strongly variable viscosity on three-dimensional compressible convection in planetary mantles. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* (1978–2012) 101, 3311–3332.
- Tait, S., Jahrling, K., Jaupart, C., 1992. The planform of compositional convection and chimney formation in a mushy layer. *Nature* 359, 406–408.
- Tait, S., Jaupart, C., 1989. Compositional convection in viscous melts. *Nature* 338, 571–574.
- Tait, S., Jaupart, C., 1992. Compositional convection in a reactive crystalline mush and melt differentiation. *Journal of Geophysical Research* 97, 6735–6756.
- Takahashi, F., Matsushima, M., Honkura, Y., 2007. A numerical study on magnetic polarity transition in an MHD dynamo model. *Earth Planets Space* 59, 665–673.
- Tanaka, S., Hamaguchi, H., 1997. Degree one heterogeneity and hemispherical variation of anisotropy in the inner core from pkp (bc)–pkp (df) times. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* (1978–2012) 102, 2925–2938.
- Tewari, S.N., Tiwari, R., 2003. A mushy-zone rayleigh number to describe interdendritic convection during directional solidification of hypoeutectic pb-sb and pb-sn alloys. *Metallurgical and Materials Transactions A* 34, 2365–2376.

- Trivedi, R., 1984. Interdendritic spacing : Part ii. a comparison of theory and experiment. *Metallurgical Transactions A* 15, 977–982.
- Turcotte, D., Hsui, A., Torrance, K., Schubert, G., 1974. Influence of viscous dissipation on Bénard convection. *Journal of Fluid Mechanics* 64, 369–374.
- Turner, J., 1967. Salt fingers across a density interface, in : *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts*, Elsevier. pp. 599–611.
- Turner, J.S., Turner, J.S., 1979. Buoyancy effects in fluids. Cambridge University Press.
- Vargaftik, N.B., 1993. Handbook of thermal conductivity of liquids and gases. CRC press.
- Vidale, J.E., Earle, P.S., 2000. Fine-scale heterogeneity in the earth's inner core. *Nature* 404, 273–275.
- Voorhies, C., 2004. Narrow-scale flow and a weak field by the top of Earth's core : Evidence from Orsted, Magsat, and secular variation. *J. Geophys. Res.* 109, 10.1029/2003JB002833.
- Waszek, L., Deuss, A., 2011. Distinct layering in the hemispherical seismic velocity structure of earth's upper inner core. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* (1978–2012) 116.
- Waszek, L., Deuss, A., 2013. A low attenuation layer in the earth's uppermost inner core. *Geophysical Journal International* , ggt368.
- Weast, R.C., 1989. CRC handbook of chemistry and physics. volume 70. CRC press Boca Raton, FL.
- Wells, A., Wettlaufer, J., Orszag, S., 2010. Maximal potential energy transport : A variational principle for solidification problems. *Physical review letters* 105, 254502.
- Wells, A., Wettlaufer, J., Orszag, S., 2011. Brine fluxes from growing sea ice. *Geophysical Research Letters* 38.
- Wells, A.J., Wettlaufer, J.S., Orszag, S.A., 2013. Nonlinear mushy-layer convection with chimneys : stability and optimal solute fluxes. *Journal of Fluid Mechanics* 716, 203–227.

- Wen, L., Niu, F., 2002. Seismic velocity and attenuation structures in the top of the earth's inner core. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* (1978–2012) 107, ESE–2.
- Whaler, K., 1986. Geomagnetic evidence for fluid upwelling at the core-mantle boundary. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 86, 563–588.
- Whaler, K., Davis, R., 1997. Probing the Earth's core with geomagnetism, in : Crossley, D. (Ed.), *Earth's deep interior*, Gordon and Breach, Amsterdam, the Netherlands. pp. 115–166.
- Whiteoak, S., Huppert, H.E., Worster, M.G., 2008. Conditions for defect-free solidification of aqueous ammonium chloride in a quasi two-dimensional directional solidification facility. *Journal of Crystal Growth* 310, 3545–3551.
- Wicht, J., Olson, P., 2004. A detailed study of the polarity reversal mechanism in a numerical dynamo model. *Geochem. Geophys. Geosyst.* 5, doi :10.1029/2003GC000602.
- Wiechert, E., 1896. *Verh. Ges. Deutsch Naturforsch Aerzte* 2, 42.
- Wolf, A.V., 1966. Aqueous solutions and body fluids ; their concentrative properties and conversion tables. Harper & Row.
- Woodhouse, J.H., Giardini, D., Li, X.D., 1986. Evidence for inner core anisotropy from free oscillations. *Geophysical Research Letters* 13, 1549–1552.
- Woods, A.W., Huppert, H.E., 1989. The growth of compositionally stratified solid above a horizontal boundary. *Journal of Fluid Mechanics* 199, 29–53.
- Wookey, J., Helffrich, G., 2008. Inner-core shear-wave anisotropy and texture from an observation of pkjpk waves. *Nature* 454, 873–876.
- Worster, M., Wettlaufer, J., 1997. Natural convection, solute trapping, and channel formation during solidification of saltwater. *The Journal of Physical Chemistry B* 101, 6132–6136.
- Worster, M.G., 1992. Instabilities of the liquid and mushy regions during solidification of alloys. *Journal of Fluid Mechanics* 237, 649–669.
- Worster, M.G., 1997. Convection in mushy layers. *Annual review of fluid mechanics* 29, 91–122.

- Worster, M.G., Huppert, H.E., Sparks, R.S.J., 1990. Convection and crystallization in magma cooled from above. *Earth and Planetary Science Letters* 101, 78–89.
- Worster, M.G., Huppert, H.E., Sparks, R.S.J., 1993. The crystallization of lava lakes. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* (1978–2012) 98, 15891–15901.
- Worster, M.G., Kerr, R.C., 1994. The transient behaviour of alloys solidified from below prior to the formation of chimneys. *Journal of Fluid Mechanics* 269, 23–44.
- Yoshida, S., Sumita, I., Kumazawa, M., 1996. Growth model of the inner core coupled with the outer core dynamics and the resulting elastic anisotropy. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* (1978–2012) 101, 28085–28103.
- Yousef, T., Rincon, F., Schekochihin, A., 2007. Exact scaling laws and the local structure of isotropic magnetohydrodynamic turbulence. *J. Fluid Mech.* 575, 111–120.
- Yu, W.c., Wen, L., Niu, F., 2005. Seismic velocity structure in the earth's outer core. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* (1978–2012) 110.
- Zhongyin, S., Yinshuang, A., 2014. Using pre-critical pcp-pkikp phases to constrain icb heterogeneity below east asia. *SEDI Abstract volume 1*, 401.

Résumé : L'interface noyau-graine (ICB) est instable et une zone dendritique se forme sous des conditions très particulières, c'est à dire que la cristallisation est très lente par rapport à la convection très vigoureuse du noyau liquide. Afin de reproduire expérimentalement des conditions semblables, nous avons étudié une zone dendritique sous hyper gravité, dans une centrifugeuse. La hauteur de cette zone diminue quand la gravité augmente alors que la fraction solide augmente fortement : similairement, les études sismologiques suggèrent que la fraction solide dans la graine est proche de l'unité à l'ICB. De plus, la sismologie montre une graine très hétérogène en termes d'anisotropie élastique, d'atténuation ou de vitesse des ondes et met en lumière une forte dichotomie Est-Ouest. Celle-ci pourrait être engendrée par une translation de la graine qui provoquerait de la cristallisation sur une face et de la fusion sur l'autre. Cette hypothèse est testée en conduisant des expériences de cristallisation et de fusion d'une zone dendritique. Nous avons utilisé des ultrasons comme analogues aux ondes sismiques pour quantifier les changements de structure dans la zone dendritique à partir des mesures de l'atténuation et la diffraction. Extrapolés à la graine, nos résultats montrent que l'ICB pourrait fondre sur l'hémisphère Ouest et cristalliser sur l'hémisphère Est. D'autre part, avec du gaz xénon en hyper-gravité, nous avons observé un gradient adiabatique, pour la première fois dans un dispositif expérimental. Cette thèse montre la faisabilité de ces expériences et la possibilité de vérifier expérimentalement les approximations utilisées pour la convection compressible.

Mots clés : Graine, cristallisation, zone dendritique, atténuation, diffraction, convection, compressibilité, dissipation, expérience, hyper-gravité.

Abstract : The inner core boundary (ICB) is unstable, and a mushy layer forms under very particular conditions in which the crystallization is very slow compared to the very vigorous convection of the liquid core. To mimic these conditions, we have investigated a mushy layer under hyper-gravity in a centrifuge. The thickness of a mushy layer decreases with gravity and the solid fraction increases. This is coherent with seismological studies suggesting that the solid fraction at the ICB is close to unity. Moreover, seismology shows that the inner core is very heterogeneous in terms of elastic anisotropy, attenuation or wave velocity and that there exists a strong East-West dichotomy on the ICB. One hypothesis is that the latter is due to a translation of the inner core that would cause crystallization on one hemisphere and melting on the other one. We have tested that hypothesis with experiments of solidification and melting of a mush. We have used ultrasounds as an analogue to the seismic waves to quantify structural changes in the mush from measurements of attenuation and scattering. From our observations, it is plausible that the ICB on the Western hemisphere is melting while it is solidifying on the Eastern hemisphere. In other experiments, using xenon gas under hyper-gravity, we have observed an adiabatic gradient for the first time. This thesis shows the feasibility of these experiments and the possibility to check experimentally the approximations used for compressible convection.

Keywords : Inner core, solidification, mushy layer, attenuation, scattering, convection, compressibility, dissipation, experiment, hyper-gravity